



Tiago Alexandre Amarelinho Maldonado

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Optimização da Segurança de Passageiros de Comboios em Condições de Impacto

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof^a. Doutora Marta Isabel Pimenta Verdete
da Silva Carvalho, Professora Auxiliar Convidada,
FCT-UNL

Co-orientador: Prof. Doutor João Filipe de Almeida Milho,
Professor Adjunto, ISEL, IPL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Tiago Alexandre Narciso Silva
Arguente: Prof. Doutor Luís Alberto Gonçalves de Sousa
Vogal: Prof^a. Doutora Marta Isabel Pimenta Verdete da Silva Carvalho

Copyright

Optimização da Segurança de Passageiros de Comboios em Condições de Impacto

Copyright © Tiago Alexandre Amarelinho Maldonado, FCT/UNL, UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Quero agradecer aos meus orientadores, nomeadamente à minha orientadora, a professora Marta Carvalho, pela paciência e pela disponibilidade que demonstrou e pela dedicação e empenho que teve na resolução desta dissertação. O meu muito obrigado pelo seu apoio.

Quero agradecer ainda à minha namorada pela sua paciência, apoio e motivação na conclusão deste curso, pois apesar de ter aparecido na minha vida tão já no fim desta caminhada, ainda me ajudou, dando-me força e mostrando-se disponível e interessada.

Um especial obrigado.

Quero agradecer com especial destaque aos meus pais e à minha irmã por toda a dedicação, preocupação e motivação neste percurso académico mostrando-se sempre disponíveis para me ajudarem. Um agradecimento especial aos meus pais que me apoiaram não só economicamente, proporcionando-me a realização deste curso, bem como, e muito mais importante, a nível pessoal mostrando-se sempre disponíveis para me apoiarem incondicionalmente e me encorajarem nas fases mais críticas deste percurso, dando-me força e ajudando-me a ultrapassar todos estes obstáculos, incentivando-me a nunca desistir desta caminhada que foi longa, árdua e difícil.

O meu muito obrigado do fundo do coração por tudo o que fizeram por mim, pois sem a vossa ajuda nada disto tinha sido possível, pais e irmã.

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma metodologia de projecto, na qual são utilizados meta-modelos num problema de optimização para a segurança de passageiros de comboios em condições de impacto. A história ferroviária, nomeadamente dos acidentes, revela que existem dois tipos de colisão: a colisão primária e a colisão secundária. A primeira, proveniente de uma desaceleração súbita do veículo, diz respeito à deformação da estrutura do comboio e, por sua vez, a segunda é referente aos danos causados no ocupante, provenientes do choque entre o passageiro e as estruturas internas do comboio ou mesmo entre passageiros, que é o foco deste trabalho. A disposição dos bancos é importante no desenvolvimento desta matéria, bem como todos os seus constituintes. Desta forma, estes são investigados com o objectivo de perceber quais as variáveis de projecto que são mais relevantes para minimizar os índices de lesão. Portanto, pretende-se analisar metodologias que visem criar meta-modelos, i.e., modelos substitutos que se aproximem da resposta do modelo dinâmico em que o tempo computacional das análises do modelo numérico detalhado é o principal custo deste. Assim, é feita a formulação matemática de um problema de optimização, com base nas funções de resposta obtidas pelo meta-modelo. Através dos resultados obtidos podem discutir-se quais as soluções de projecto que melhoram a segurança dos ocupantes do transporte ferroviário, i.e. que minimizem os índices de lesão em caso de acidente. Para tal, foi utilizada uma almofada, na zona de embate da cabeça, sendo as variáveis de projecto a espessura do encosto e a espessura da almofada. Verificou-se que a introdução de uma almofada melhorava o principal índice crítico (HIC), tal como pretendido. No entanto, o índice de lesão referente ao pescoço (NBME) piorou, ultrapassando o limite mínimo de lesão moderado, passando a ser crítico. Desta forma, foi utilizada na optimização o algoritmo genético (NSGA-II) para a obtenção da Frente de Pareto, com o objectivo de obter a melhor relação de compromisso, decrescendo o valor de HIC em 47,06% em relação ao cenário sem almofada e tendo-se obtido todos os índices de lesão abaixo dos limites de ferimentos moderados.

Palavras-Chave: Desenho de Experiências, Técnicas de Meta-Modelação, Meta-modelos, Segurança passiva dos passageiros, Optimização.

Abstract

This work presents a project methodology, in which meta-models are used in an optimization problem for the safety of train passengers under conditions of impact. The railway history, including accidents, reveals that there are two types of collision: primary collision and secondary collision. The primary collision is due to a sudden vehicle deceleration causing deformation on the train structure and the secondary refers to the damage caused on the occupant from the collision between the passenger and the internal structures of the train or between passengers, which is the focus of this work. The layout of the seats is important for the development of this matter and all its constituents. Thus, these are investigated to realize what design variables are more relevant to minimize the injury index. Therefore, it is intended to analyze methodologies that aim to create meta-models, i.e., surrogate models that approximate the response of the dynamic model in which the computational time of the detailed numerical model analysis is the main cost of the model. Thereby, it is performed a mathematical formulating for an optimization problem, based on response functions obtained by the meta-model. Through the achieved results can be argued which design solutions may improve the safety of the occupants of the train, i.e. that minimize the injury index in case of accident. For this, a pad was used, in the area of head crash, with the design variables being the thickness of the backseat and the thickness of the pad. It was found that introduction of a pad improved the first critical index (HIC), as intended. However, the neck injury index (NBME) worsened, exceeding the minimum limit of moderate injury, becoming critical. So, the genetic algorithm (NSGA-II) was used to obtain the Pareto Front, with the objective of obtaining the best compromise ratio, decreasing the HIC value by 47.06% in relation to the no-pad scenario and all injury index were below the limits of moderate injury.

Keywords: Design of Experiments, Meta-Modeling Techniques, Meta-models, Passive safety of passengers, Optimization.

Índice

Agradecimentos.....	III
Resumo.....	V
Abstract	VII
Lista de Figuras	XI
Lista de Tabelas.....	XIII
Lista de Gráficos	XV
Lista de Siglas	XVII
1. Introdução	1
1.1. Estado da Arte	2
1.2. Apresentação do Cenário	3
1.3. Objectivos e organização do trabalho	6
1.4. Motivação.....	7
2. Biomecânica do Impacto	9
2.1. Apresentação do Modelo de Ocupante.....	9
2.2. Descrição dos Critérios de Lesão	10
2.3. Apresentação dos Resultados	12
2.3.1. Cenário de Referência	12
2.3.2. Cenário com Acolchoamento	15
3. Análise teórica dos DOEs	17
3.1. Descrição do Processo.....	17
3.2. Meta-Modelos	18
3.2.1. <i>Design of Experiments</i>	19
3.2.1.1. <i>Full Factorial Design</i>	20
3.2.1.2. <i>Fractional Factorial Design</i>	22
3.2.1.3. <i>Central Composite Design</i>	23
3.2.1.4. <i>Box-Behnken Design</i>	25
3.2.1.5. <i>Koshal Design</i>	27
3.2.1.6. Breves considerações sobre os DOEs factoriais.....	28
3.2.1.7. <i>D-Optimal Design</i>	31
3.2.1.8. <i>Random Numbers</i>	31
3.2.1.9. <i>Latin Hypercube Design</i>	32
3.2.1.10. <i>Translational Propagation Latin Hypercube Design</i>	33

3.2.1.11.	Breves considerações sobre os DOEs	35
3.2.2.	Técnicas de Meta-Modelação.....	37
3.2.2.1.	Método da Superfície de Resposta	37
3.2.2.2.	<i>Kriging</i>	40
3.2.2.3.	Redes Neurais.....	40
3.2.2.4.	Breves Considerações sobre as Técnicas de Meta-Modelação	42
3.3.	Comparação da utilização de diferentes DOE num caso de estudo	43
3.3.1.	Análise dos resultados	46
4.	Caso de Estudo.....	49
4.1.	Apresentação	49
4.2.	Variáveis de Projecto	50
4.3.	CCD utilizando 2 variáveis	51
4.3.1.	Meta-modelo criado a partir do CCD.....	55
4.3.2.	Comparação dos valores do cenário de acolchoamento com os valores do cenário de referência	56
4.4.	TPLHD utilizando 2 variáveis.....	61
4.4.1.	Meta-modelo criado a partir do TPLHD	65
4.5.	Formulação do problema de optimização	66
4.5.1.	Método da Soma Ponderada.....	67
4.5.2.	Algoritmo genético de optimização multi-objectivo	69
4.5.2.1.	Análise da Frente de Pareto utilizando o CCD na definição do meta-modelo	70
4.5.2.2.	Resultados da Frente de Pareto para o TPLHD.....	73
5.	Conclusão.....	77
	Referências Bibliográficas	79

Lista de Figuras

Figura 1 - Modelo interior da carruagem: Disposição de “bancos em linha”	3
Figura 2 - Banco típico de uma carruagem ferroviária utilizado numa configuração de “bancos em linha”: (a) Componentes estruturais do banco; (b) Viga encastrada	4
Figura 3 - Dummy: Hybrid III.....	4
Figura 4 - Disposição dos “bancos em linha” com um dummy Hybrid III percentil 50: (a) Modelo numérico; (b) Teste experimental realizado pela CIDAUT	5
Figura 5 - Representação das superfícies de contacto no modelo interior de comboios: (a) Hybrid III – modelo de corpos múltiplos; (b) Estrutura, bancos e viga encastrada – modelo de elementos finitos	5
Figura 6 - Bancos: Variáveis de projecto (espessuras t_1 , t_2 e t_3).....	6
Figura 7 - Banco: Introdução de almofada e alteração de espessuras	7
Figura 8 - Dummies, Hybrid III: Diferentes modelos (ATD)	9
Figura 9 - Dummy, Hybrid III: Modelo com o percentil 50	10
Figura 10 – Condição de fronteira no cenário de referência: (a) Aceleração; (b) Variação da Velocidade.....	13
Figura 11 - Esquema representativo da cinemática do ocupante para o modelo de referência ...	14
Figura 12 – Almofada	15
Figura 13 - Curva de tensão-extensão para o acolchoamento de espuma	16
Figura 14 - Descrição Esquemática do Processo.....	17
Figura 15 - Processo de Construção do Meta-Modelo	18
Figura 16 - Processo de construção da meta-modelação.....	19
Figura 17 - Representação Gráfica: <i>Full Factorial Design</i>	21
Figura 18 - Representação Gráfica: <i>Central Composite Design</i>	24
Figura 19 - Representação Gráfica: <i>Box-Behnken Design</i>	26
Figura 20 - Representação Gráfica: <i>Koshal Design</i>	27
Figura 21 - Modelos Experimentais Factoriais	30
Figura 22 - Tipos de LHD: (a) Boa dispersão e (b) Má dispersão	32

Figura 23 - Representação Gráfica: TPLHD.....	34
Figura 24 - Desenho esquemático de um neurónio	41
Figura 25 - Representação de um <i>overfitting</i>	42
Figura 26 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do CCD e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{CCD}).....	44
Figura 27 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do BBD e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{BBD}).....	45
Figura 28 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do Koshal e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{Koshal}).....	46
Figura 29 - Modelo interior da carruagem: cenário de acolchoamento.....	49
Figura 30 - Estrutura do banco de comboio (a) e Características do banco (b)	51
Figura 31 - Representação Gráfica: <i>Central Composite Design</i> para 2 variáveis.....	51
Figura 32 - Representação Gráfica: TPLHD para 2 variáveis.....	61
Figura 33 - Concepção das Sementes.....	62

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Critérios de lesão e respectivos valores limite obtidos para cada parte do corpo	11
Tabela 2 - Critérios de lesão para o ensaio virtual do modelo de referência.....	13
Tabela 3- Vantagens e Desvantagens dos DOE Factoriais	30
Tabela 4 - Vantagens e Desvantagens dos DOE	36
Tabela 5 - Vantagens e Desvantagens das Técnicas de Meta-Modelação	43
Tabela 6 - Características da metodologia do CCD para 3 variáveis de projecto	44
Tabela 7 - Características da metodologia do BBD para 3 variáveis de projecto	45
Tabela 8 - Características da metodologia do <i>Koshal</i> para 3 variáveis de projecto	46
Tabela 9 - Erro Relativo para o CCD	47
Tabela 10 - Erro Relativo para o BBD	47
Tabela 11 - Erro Relativo para o <i>Koshal</i>	48
Tabela 12 - Critérios de lesão para o ensaio virtual do modelo de referência de acolchoamento	50
Tabela 13 - Características da metodologia CCD para 2 variáveis de projecto	52
Tabela 14 - Características dos pontos de projecto do CCD para 2 variáveis de projecto	52
Tabela 15 - Relação entre as variáveis de projecto codificadas e reais do CCD para 2 variáveis	53
Tabela 16 - Erro Relativo para o CCD utilizando 2 variáveis.....	55
Tabela 17 - Desvio do cenário de acolchoamento em relação ao cenário de referência (sem almofada).....	56
Tabela 18 - Características da metodologia TPLHD para 2 variáveis de projecto.....	63
Tabela 19 - Pontos de projecto do TPLHD para 2 variáveis de projecto	63
Tabela 20 - Relação entre as variáveis de projecto codificadas e reais do TPLHD para 2 variáveis	64
Tabela 21 - Erro Relativo para o TPLHD utilizando 2 variáveis	65
Tabela 22 - Escala da pontuação definida para cada limite de lesão.....	68
Tabela 23 - Pesos para os critérios de lesão	68

Tabela 24 - Comparação da solução óptima com o valor de referência de acolchoamento através do desvio relativo para o CCD 72

Tabela 25 - Comparação da solução óptima com o valor de referência de acolchoamento através do desvio relativo para o TPLHD 74

Lista de Gráficos

Gráfico 1 - Métodos DOE	29
Gráfico 2 - Representação gráfica dos valores do HIC	57
Gráfico 3 - Representação gráfica dos valores do NBME	58
Gráfico 4 - Representação gráfica dos valores do N_{ij}	59
Gráfico 5 - Representação gráfica dos valores do KJD.....	59
Gráfico 6 - Representação gráfica dos valores do TI	60
Gráfico 7 - Valores da superfície de resposta do CCD	71
Gráfico 8 - Valores da superfície de resposta do TPLHD.....	73

Lista de Siglas

ATD – *Anthropomorphic Testing Device* (Dispositivo de Teste Antropomórfico)

A3ms – *Resultant Head Acceleration (3ms)* (Aceleração Resultante da Cabeça (3ms))

BBD – *Box-Behnken Design*

CCD – *Central Composite Design*

DCRS – *Deflection of Chest Relative to Spine* (Deflexão do Peito Relativamente à Coluna)

DOE – *Design of Experiments*

FUL – *Femur Uni-axial Load* (Carga Uniaxial do Fémur)

HIC – *Head Injury Criterion* (Critério de Lesão da Cabeça)

KJD – *Knee Joint Displacement* (Deslocamento da Articulação do Joelho)

NAF – *Neck Axial Force* (Força Axial do Pescoço)

NBME – *Neck Bending Moment in Extension* (Momento de Flexão do Pescoço na Extensão)

NBMF – *Neck Bending Moment in Flexion* (Momento de Flexão do Pescoço na Flexão)

NI – *Neck Injury (N_{ij})* (Lesão do Pescoço (N_{ij}))

NSF – *Neck Shear Force* (Força de Corte do Pescoço)

RSM – *Response Surface Method* (Método da Superfície de Resposta)

TAL – *Tibia Axial Load* (Carga Axial da Tíbia)

TI – *Tibia Index* (Índice da Tíbia)

VC – *Viscous Criterion*

1. Introdução

Este trabalho, na área da mecânica computacional e estrutural, consiste na implementação de modelos numéricos na indústria ferroviária. Assim, apresenta uma metodologia de projecto na qual são utilizados meta-modelos num problema de optimização para a segurança de passageiros de comboios em condições de impacto. Esta área, apesar de já muito desenvolvida, começou a ser abordada apenas na última década do século XX. Apesar dos desenvolvimentos na indústria ferroviária começarem praticamente no século XXI, toda esta área já tinha começado a ser explorada em meados do século XX até então, no que diz respeito às indústrias automóvel e aeronáutica. Embora os muitos desenvolvimentos que houve nestas duas últimas indústrias, e apesar de poder haver alguma informação relevante para o estudo em causa, existem algumas diferenças significativas, no que diz respeito à indústria ferroviária, nomeadamente, o tipo de choque e a segurança passiva dos ocupantes. Esta última, de carácter mais importante, tem como principais diferenças os constrangimentos existentes nos sectores automóveis e aeronáuticos, em que os passageiros usam cinto de segurança, ou estão protegidos por outros sistemas de retenção, e assim têm a sua movimentação restringida em caso de paragem súbita do veículo, enquanto que no sector ferroviário essa restrição não existe, continuando o passageiro, em caso de paragem súbita, com o movimento do sentido em que viaja, ou seja, sem protecção. Neste último caso, de particular interesse, os passageiros, após uma mudança brusca de velocidade, estão submetidos a uma trajectória até embaterem em algum obstáculo. Em relação ao tipo de choque, no sector ferroviário, deparamo-nos, naturalmente, com o choque frontal que advém do sentido único dos carris. Contudo, os critérios de lesão para os ocupantes de veículos ferroviários, quando comparado com os ocupantes de veículos rodoviários, apresentam algumas semelhanças apesar da sua cinemática não ser restringida pelos dispositivos de segurança passiva, tais como cintos de segurança ou *airbags*.

Assim, em caso de choque frontal, provocando uma desaceleração súbita do veículo, existem duas etapas. Durante a primeira etapa, colisão primária, o veículo sofre deformações estruturais resultantes da absorção da energia cinética. Posteriormente, na colisão secundária, haverá contacto entre os ocupantes do veículo ou entre o ocupante e o veículo, sendo que neste último caso, o passageiro, como viaja sem dispositivos de retenção, pode entrar em contacto com qualquer parte do interior da carruagem, desde bancos, pilares, janelas, etc. Nesta segunda etapa, importa apenas a lesão biomecânica dos ocupantes.

A segurança passiva aborda a protecção dos ocupantes em todas as fases, desde a colisão até que o veículo pare. Durante este intervalo de tempo é necessário controlar a deformação do veículo, de modo a que o espaço de sobrevivência dos passageiros seja preservado. Como é difícil cessar o movimento antes de começar a deformação do habitáculo onde seguem os passageiros, torna-se

essencial o estudo e análise do mesmo recorrendo a uma abordagem mais detalhada e pormenorizada dos métodos e modelos numéricos já existentes.

Estes modelos numéricos são utilizados para modelar, em programas específicos para o efeito, espaços físicos e modelos de ocupantes, e simular o embate do veículo, relativamente aos ensaios experimentais, que são muito dispendiosos. Cada vez que é efectuado um ensaio todos os dispositivos utilizados, desde bancos e componentes estruturais, bem como os manequins e suas ligações, ficam completamente inutilizados, salvo raras excepções, num curto intervalo de tempo (em apenas 0,4 s), tendo posteriormente de ser removido e substituído por outro conjunto de dispositivos para se poder realizar um novo ensaio. Todo este tempo de preparação para um novo ensaio é outro dos problemas apontado pela indústria, pois o tempo de preparação, tempo de *set-up*, é muito demorado, o que faz cada vez mais os investigadores optarem por esta opção, a modelação numérica. Além disso, através da implementação numérica de metodologias de optimização é possível prever o comportamento do cenário face a modificações, que visam melhorar a segurança passiva dos ocupantes, sendo estas implementadas e verificadas experimentalmente apenas quando necessário.

1.1. Estado da Arte

A Revolução Industrial do século XVIII impulsionou o aparecimento e crescente desenvolvimento dos transportes ferroviários. O transporte ferroviário surgiu inicialmente dentro das minas de carvão para traslado da matéria-prima para o exterior, expandindo-se ao transporte de mercadorias e posteriormente ao transporte de passageiros. Até ao século XX, com o aperfeiçoamento da máquina a vapor e descoberta do motor eléctrico (já no século XIX), o comboio tornou-se um meio de transporte de primazia, tendo a sua evolução e o seu desenvolvimento sido visível ao longo dos séculos.

Inicialmente, a principal questão a nível da segurança e conforto baseava-se em que a locomotiva fosse separada das restantes carruagens, até mesmo para facilitar a sua manutenção, o que atualmente já não se verifica nos comboios para transporte de passageiros. No início, para a construção de carruagens deste meio de transporte, o material eleito foi a madeira. Contudo, este material acabou por ser substituído pelo metal e as carruagens “variando também no comprimento, no tipo de assentos, no número de pisos e até na localização dos rodados independentes do chassis, além de outras soluções técnicas que permitem mais velocidade e menos balanços” (Freitas et al., 2010). A evolução das carruagens, quer no seu interior como exterior, acompanhou o desenvolvimento dos comboios e deve-se sobretudo à necessidade de criar estruturas mais cómodas e seguras para os passageiros, minimizando desta forma os prejuízos (lesões dos passageiros) em caso de eventuais acidentes.

Assim, a crescente massificação da utilização do comboio como meio de transporte eficiente para mercadorias e passageiros conduz ao aprofundamento de estudos tanto a nível da construção como da optimização de métodos e técnicas no âmbito do conforto e da segurança.

1.2. Apresentação do Cenário

Neste subcapítulo, será dada uma breve apresentação do cenário em causa. Assim, o modelo interior da carruagem, é composto por uma disposição de bancos em linha e um manequim (designado daqui em diante por *dummy*), apresentado na figura 1 (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016).

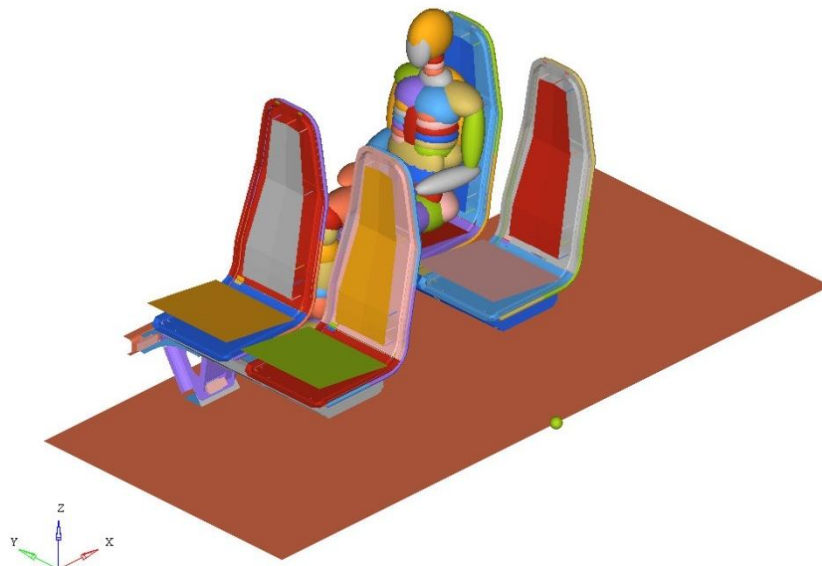


Figura 1 - Modelo interior da carruagem: Disposição de “bancos em linha”

Os bancos são suportados por uma viga encastrada à parede lateral da carruagem, como mostra a figura 2 (b). Estes são compostos por uma estrutura tubular de aço que suporta barras de aço e o encosto é composto por molas funcionando como redes de aço para suportar o encosto almofadado do banco, como representado na figura 2 (a). Em relação aos passageiros, estes são representados por um *dummy*, *Hybrid III*, com o percentil 50 que corresponde a um adulto médio do sexo masculino, apresentado na figura 3, e que será descrito no capítulo 2 – *Biomecânica do Impacto*.

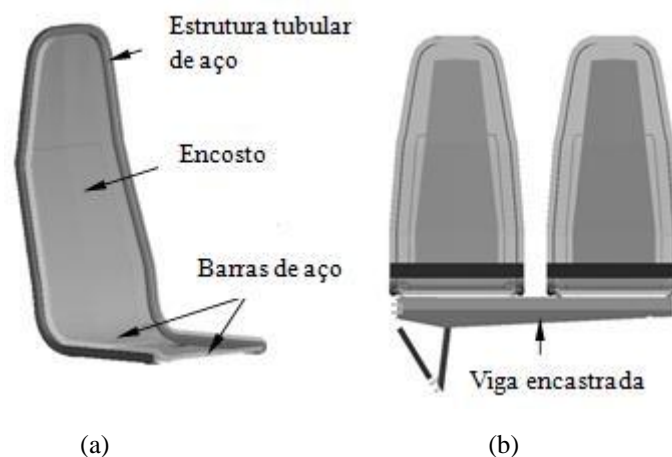


Figura 2 - Banco típico de uma carruagem ferroviária utilizado numa configuração de “bancos em linha”:
(a) Componentes estruturais do banco; (b) Viga encastrada

Adaptado de: Carvalho, Milho e Ambrosio (2017)

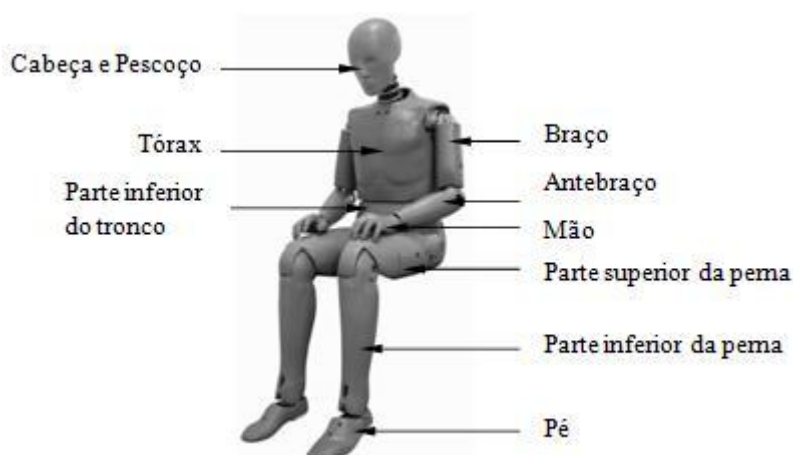


Figura 3 - Dummy: Hybrid III

Adaptado de: Carvalho, Milho e Ambrosio (2011)

Com base em estudos anteriores (SAFEINTERIORS, 2010), que relatam que o ocupante mais exposto a lesões é aquele que está sentado no lado da parede, e com o objectivo de reproduzir os melhores resultados será esta a posição no estudo que se segue. Assim, será utilizado um *dummy* na posição inicial, para representar o ocupante, no modelo numérico. Este modelo numérico, que consiste num modelo de elementos finitos para os bancos e características estruturais do interior do veículo e num modelo de corpos múltiplos para os passageiros, já foi validado por Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos (2016) com o objectivo de reproduzir o mesmo cenário do teste experimental, como se representa na figura 4.

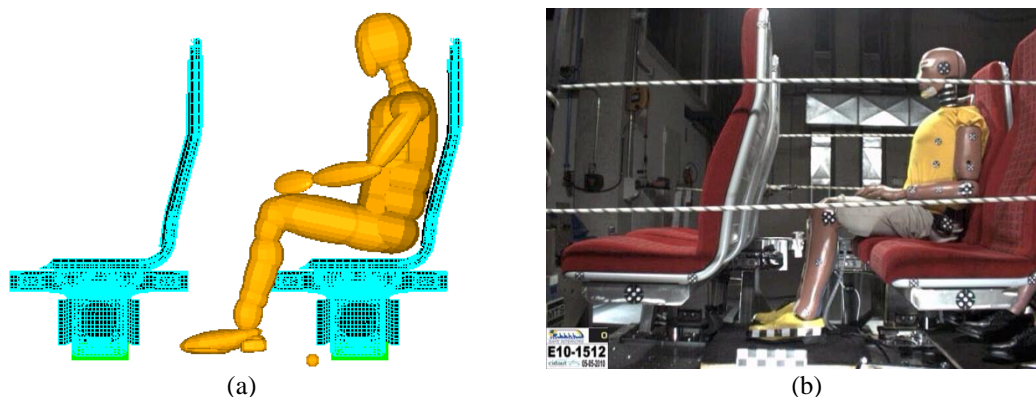


Figura 4 - Disposição dos “bancos em linha” com um dummy Hybrid III percentil 50:
(a) Modelo numérico; (b) Teste experimental realizado pela CIDAUT

O modelo numérico descrito acima é desenvolvido e simulado usando o *software* comercial Madymo (2004). Este *software*, que é dos primeiros a permitir a simulação conjunta entre modelos de elementos finitos e modelos de corpos múltiplos, permite realizar uma simulação de colisão, obtendo resultados muito aceitáveis comparando com os experimentais. Isto deve-se ao facto de o programa ter a capacidade, usando modelos de elementos finitos não-lineares, de representar os detalhes das deformações estruturais na resistência ao choque, e nos modelos dinâmicos de corpos múltiplos ter a capacidade para representar partes do sistema sujeito a amplos movimentos de corpo rígido. A interação entre estes dois modelos é estabelecida por intermédio de modelos de contacto. Para o *dummy*, as superfícies que o compõem são elipsoides, representadas na figura 5 (a), e para as estruturas, estas superfícies são definidas por uma malha de elementos finitos, tal como se apresenta na figura 5 (b).

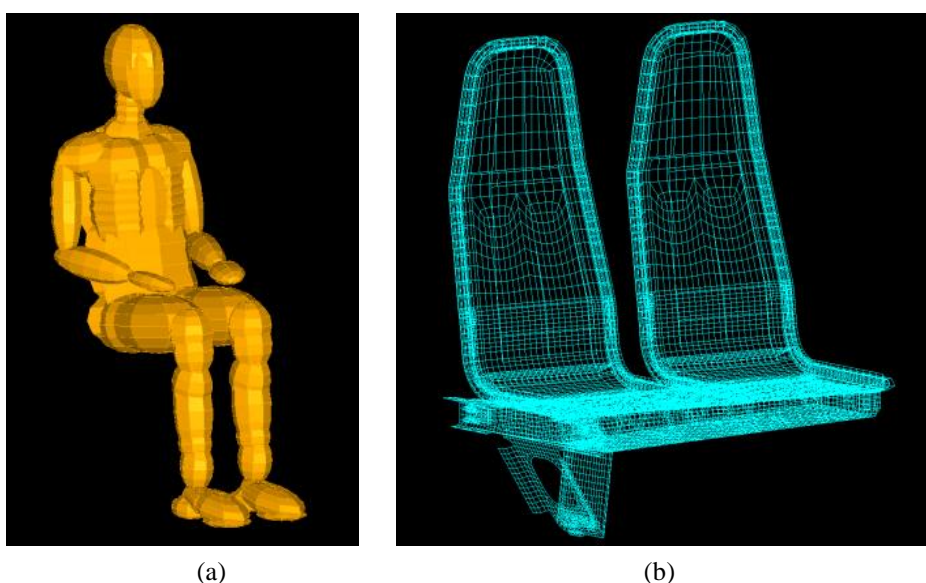


Figura 5 - Representação das superfícies de contacto no modelo interior de comboios: (a) Hybrid III – modelo de corpos múltiplos; (b) Estrutura, bancos e viga encastrada – modelo de elementos finitos

Todo este cenário acima abordado, e que será utilizado daqui em diante para a resolução deste projecto, foi previamente desenvolvido por Carvalho et al. (2016).

1.3. Objectivos e organização do trabalho

Neste subcapítulo, abordaremos os objectivos deste trabalho, que é em geral, a segurança dos passageiros. Assim, começando por descrever a investigação já realizada, a disposição dos bancos, que desempenha um papel importante no processo, foi investigada com o objectivo de identificar quais são as melhores opções de projecto (variáveis de projecto). Foi definido então, por Carvalho et al. (2016), que as variáveis de projecto que melhor se adequavam à optimização, num passo inicial, seriam as espessuras dos elementos estruturais dos bancos, como se apresenta na figura 6. Todo o processo utilizado para a concretização deste projecto será explicado em detalhe no subcapítulo 2.3 – *Apresentação dos Resultados*.

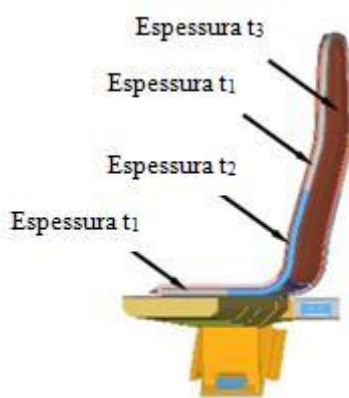


Figura 6 - Bancos: Variáveis de projecto (espessuras t_1 , t_2 e t_3)

As metodologias de optimização permitem o desenvolvimento da segurança passiva ferroviária, pois a saúde e bem-estar dos passageiros é o foco principal deste trabalho e desta extensa pesquisa e desenvolvimento, iniciada na última década do século XX. Assim, com o intuito de minimizar os valores dos critérios de lesão, com vista a minimizar os riscos de lesão para o passageiro, continuando assim todo o trabalho que vem de trás, é importante contribuir com algumas melhorias no que diz respeito à rapidez do processo. Desta forma, recorrer-se-á à criação e à utilização de meta-modelos para este estudo.

Esta dissertação terá duas partes. A primeira parte consiste num trabalho de pesquisa e desenvolvimento de metodologias, com o objectivo de perceber quais serão os métodos para construir as funções de resposta que melhor se aproximam dos valores dos índices de lesão experimentais. A segunda parte consiste em observar e analisar toda a metodologia desenvolvida na primeira parte,

identificando quais serão as mais adequadas, e aplicá-las ao caso em estudo. O caso a ser estudado consiste em continuar um modelo já existente, acrescentando-lhe uma superfície mais flexível (almofada) na zona superior do banco e mantendo uma variável do modelo anterior, a espessura da placa do encosto, como representado na figura 7, para que em caso de acidente, possa conferir menores danos aos passageiros, sobretudo as lesões relativas à cabeça e ao pescoço diminuam, ou pelo menos não aumentem.

Serão analisados os resultados obtidos comparando com os existentes (valores de referência), com o intuito de estudar se houve melhorias em relação aos valores de referência já existentes. Assim, haverá uma diminuição nos valores mais elevados dos critérios de lesão, nomeadamente, no HIC (*Head Injury Criterion*), no deslocamento da articulação do joelho e ainda no índice de lesão do pescoço.

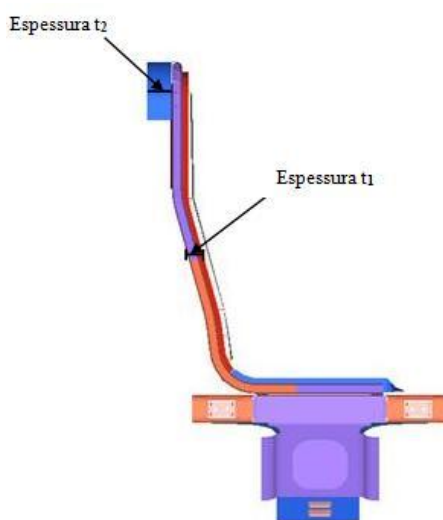


Figura 7 - Banco: Introdução de almofada e alteração de espessuras

1.4. Motivação

O objectivo deste trabalho, como foi dito no subcapítulo anterior, é desenvolver e apresentar melhorias que visam melhorar a segurança passiva dos passageiros, propondo e realizando a alteração, com base em estudos, do interior das carruagens de comboios. Para esta análise será utilizada uma estrutura previamente desenvolvida, capaz de interligar a resistência ao choque, das estruturas ferroviárias, com a lesão biomecânica, dos passageiros, para analisar a exposição dos ocupantes dos veículos ferroviários, em caso de acidente. Esta estrutura previamente desenvolvida, permite simular cenários de acidente frontal e realizar avaliações virtuais. Assim, a avaliação virtual feita sugeriu que fossem feitas algumas alterações e melhorias nos componentes dos interiores das carruagens, de modo a resultar numa redução significativa de lesões.

É sabido que desde o início desta década, o número de utentes de transportes públicos, nomeadamente dos transportes ferroviários, tem vindo a aumentar, segundo dados estatísticos do INE, sendo utilizado em variadíssimas situações desde deslocações para os locais de trabalho, viagens de lazer, etc, o que reforça a preocupação e a ambição para com esta área.

2. Biomecânica do Impacto

Neste capítulo, serão abordados os assuntos que estejam intimamente ligados às lesões biomecânicas, descrevendo, detalhadamente, o que é um *dummy* e qual a sua funcionalidade, indicando e descrevendo os critérios de lesão, e, por fim, fazendo uma análise dos resultados já obtidos anteriormente.

2.1. Apresentação do Modelo de Ocupante

O ocupante de um veículo é representado por um *dummy*, para a realização de testes experimentais das colisões de veículos. Um *dummy* é um dispositivo de teste antropomórfico (ATD) que é utilizado nas mesmas posições que um ocupante real, por forma a reproduzir e a simular um cenário real. Existem um grande número de ATD para diferentes configurações de impacto, tais como o impacto frontal e lateral, e diferentes tamanhos, tais como o percentil 95 (para adulto grande) e 50 (para adulto médio) para o sexo masculino e o percentil 5 para representar o sexo feminino, como se representa na figura 8.



Figura 8 - Dummies, Hybrid III: Diferentes modelos (ATD)

Da esq. para a dir.: 6 years old child, percentil 5, percentil 50 e 3 years old child

A maior parte dos ATD que se encontram disponíveis hoje em dia, foram desenvolvidos para testes de segurança automóvel, em que a cinemática dos ocupantes, em caso de colisão, encontra-se restringida. Assim, a inexistência de restrições e consequentemente a imprevisibilidade do deslocamento do passageiro torna-se problemático, pois não há actualmente nenhum *dummy* capaz de simular um teste deste tipo. No entanto, a boa notícia é que para o estudo de colisões ferroviárias apenas interessa estudar colisões frontais e traseiras, portanto é possível representar bem a segurança passiva dos passageiros utilizando um ATD *Hybrid III* (Philippens et al., 1991). Este modelo foi estudado anteriormente e verificou-se que pode ser construído com base nos dados publicados em SAFEINTERIORS (2010), que inclui massas, inércias, geometrias, juntas, elementos mecânicos de

esforços internos, etc. Este modelo, *Hybrid III*, foi desenvolvido no âmbito do *software* comercial Madymo (2004) e foi validado para ambientes de colisão frontal.

De modo a simular o melhor possível um passageiro de comboios, o *Hybrid III* é composto por partes representando a cabeça, o pescoço, o tórax, o tronco, os braços, as pernas e os pés, como se apresenta esquematizado na figura 9, incluindo partes móveis do corpo que não estão representadas, como por exemplo a coluna e a parte lombar, a caixa torácica, o esterno e o abdómen. As partes móveis estão interligadas entre si através de juntas mecânicas cinemáticas que simulam eficientemente as articulações humanas e interações internas, representando as componentes físicas do ser humano. A maioria das peças móveis são definidas utilizando um corpo rígido, com excepção do pescoço, da coluna lombar e da tíbia, para o qual é considerado flexibilidade (Carvalho et al., 2011; MADYMO, 2004; Philippens et al., 1991).



Figura 9 - Dummy, Hybrid III: Modelo com o percentil 50

2.2. Descrição dos Critérios de Lesão

Apesar de haver semelhanças na segurança passiva dos ocupantes, na indústria automóvel, tal como dito no capítulo *Introdução*, não podemos considerar os mesmos valores limite para os critérios de lesão, pois existe a possibilidade do passageiro tomar medidas defensivas, enquanto, que não existe essa informação para passageiros de comboios. Com base nisto, recentemente, este problema dos critérios de lesão específicos para os ocupantes do transporte ferroviário, tem sido abordado no projecto SAFEInteriors (SAFEINTERIORS, 2008a). A avaliação da resistência ao choque do cenário, referente à colisão secundária, é feita por quantificação da gravidade das lesões dos ocupantes, sendo que, para a segurança passiva dos mesmos, foi considerado o limite moderado para cada tipo de lesão, representado na tabela 1 (Carvalho et al., 2012).

Na protecção ferroviária a segurança passiva dos passageiros é dividida em três níveis, que representam o limite de cada lesão (Carvalho et al., 2012; SAFEINTERIORS, 2006). Estes três níveis são designados por: moderado, grave e muito grave. O limite moderado diz respeito a um passageiro que necessite de tratamento hospitalar; por sua vez, se o limite que for ultrapassado for o grave, indica que o ocupante poderá ficar com lesões graves com consequências a longo prazo, e por vezes irreversíveis. Se o limite ultrapassado for o muito grave representa uma ameaça à vida humana. Assim, para efeitos de estudo foram construídos para os índices de lesão considerados, valores limite que representem bem as passagens de um tipo de ferimento para outro. Os valores encontram-se representados na mesma tabela 1.

Tabela 1 - Critérios de lesão e respectivos valores limite obtidos para cada parte do corpo

Região do Corpo	Critério de Lesão	Limite de Lesão (Moderado/Grave/Muito Grave)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms)	784,8/---/2158,2 [m/s ²]
	HIC15	150/500/1000
Pescoço	Força Axial do Pescoço	2770/---/4170 [N]
	Força de Corte do Pescoço	1900/---/3100 [N]
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão	88/189/310 [N.m]
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão	47/57/135 [N.m]
	Lesão do Pescoço N _{ij}	---/0,50/1,00
Tórax	Deflexão do Peito Relativamente à Coluna	42/53/75 [mm]
	VC	0,40/0,50/1,00
Parte Superior da Perna	Deslocamento da Articulação do Joelho	---/16/--- [mm]
	Carga Uniaxial do Fémur	4000/7600/10000 [N]
Parte Inferior da Perna	Índice da Tíbia	1,00/1,30/---
	Carga Axial da Tíbia	4000/8000/--- [N]

Procura-se analisar e projectar mudanças no interior das carruagens por forma a que a segurança passiva dos passageiros nunca ultrapasse o limite considerado ideal, que é o limite moderado, e se possível ir diminuindo com sucessivas alterações de projecto até cessá-las.

Tendo em conta esta avaliação do risco, representada na tabela 1, e com base nos resultados obtidos em experiências anteriores, descritas no subcapítulo seguinte, chega-se à conclusão que apenas quatro partes do corpo, com os respectivos índices de lesão, são significativas para o estudo em causa. Estas regiões do corpo são definidas pela cabeça, pescoço, parte superior da perna e parte inferior da perna, sendo que apenas três índices de lesão se mostraram críticos estando acima do limite moderado ou abaixo do limite moderado, mas com margem de segurança reduzida. Estes três índices de lesão críticos são definidos pelas siglas HIC, N_{ij} e KJD. A título de curiosidade, a equação que descreve o índice de lesão da cabeça, nomeadamente, o critério de traumatismo craniano (HIC), é a seguinte:

$$HIC = \left\{ \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2.5} (t_2 - t_1) \right\}_{m\acute{a}x} \quad (2.1)$$

Onde t_1 e t_2 são os tempos inicial e final (em segundos) do intervalo de tempo durante o qual o HIC atinge um valor máximo, e a aceleração, $a(t)$, é medida em m/s^2 . O tempo máximo de duração do HIC, $t_2 - t_1$, é limitado, normalmente, a um valor específico de 15 ms. Isto significa que o índice de lesão, HIC, inclui os efeitos da aceleração da cabeça e da duração da aceleração. Assim, acelerações grandes podem ser toleradas por períodos extremamente curtos (McHenry, 2004).

É sabido que um passageiro que sofre um HIC com valor igual a 1000 tem, aproximadamente, 17% de probabilidade de sofrer uma lesão encefálica fatal. Este índice de lesão, na prática, é simulado através de um acelerómetro colocado no centro de gravidade da cabeça do *dummy*, simulando um ocupante quando este é exposto a uma colisão (McHenry, 2004).

2.3. Apresentação dos Resultados

Neste subcapítulo, serão abordados dois tópicos de resultados distintos, um para o cenário de referência, fazendo uma breve análise dos resultados mostrados em tabela, e outro para o cenário de acolchoamento, necessário para a segunda parte da dissertação.

Para chegar a esta análise e, consequentemente, aos resultados apresentados em tabela, serão referidos ainda os métodos utilizados na meta-modelação, antecidos de uma pequena abordagem sobre a aceleração e velocidade usadas como condição de fronteira.

2.3.1. Cenário de Referência

Para modelar a dinâmica do veículo ferroviário durante um cenário de impacto, é necessário definir um tempo de aceleração para o acidente. Assim, o perfil da aceleração do acidente é definido considerando os acidentes mais relevantes da história ferroviária que corresponde ao aceite pela indústria e resultantes do projecto SAFEInteriors (SAFEINTERIORS, 2008b). Como foi dito, esta condição de fronteira caracteriza a cinemática do veículo ferroviário real durante a colisão primária e que é utilizado não só nos testes físicos, em que os valores de aceleração são medidos por acelerómetros, mas também na simulação. Assim, é permitido nesta condição de fronteira uma variabilidade da aceleração desde que esteja no interior do intervalo $[5g, 6g]$, como representado na

figura 10 (a). Além disso, a variação de velocidade é limitada para valores menores do que 5,5 m/s, igualmente representado na figura 10 (b).

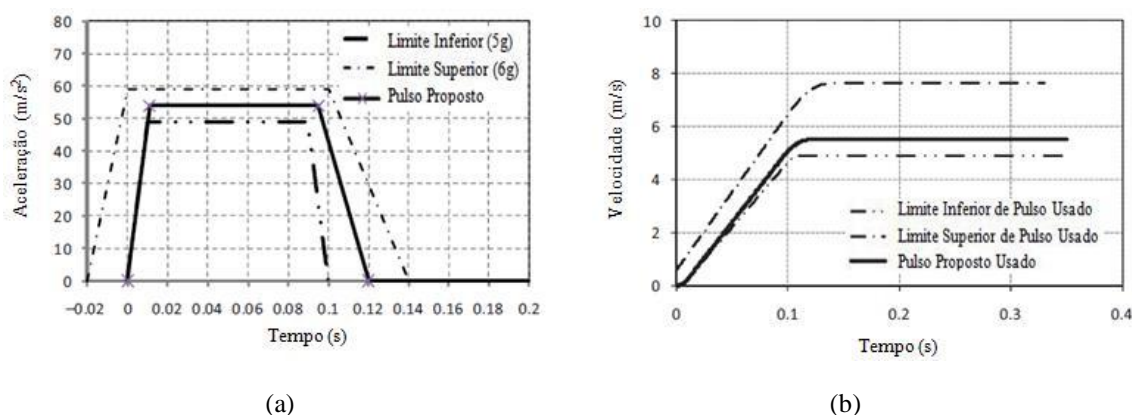


Figura 10 – Condição de fronteira no cenário de referência: (a) Aceleração; (b) Variação da Velocidade

Adaptado de: SAFEINTERIORS (2008b)

Abordando agora a análise de resultados da resposta dinâmica para o cenário de referência, este é analisado para caracterizar o seu desempenho em termos de risco de lesões para os passageiros. Para todos os critérios relevantes para o risco de lesão utilizados no sector ferroviário, os resultados obtidos estão representados na tabela 2 (Carvalho et al., 2012).

Tabela 2 - Critérios de lesão para o ensaio virtual do modelo de referência

Região do Corpo	Critério de Lesão	Valor de Referência	Limite de Lesão (Moderado/Grave/Muito Grave)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms)	470,97	784,8/---/2158,2 [m/s ²]
	HIC15	229,9	150/500/1000
Pescoço	Força Axial do Pescoço	1014,2	2770/---/4170 [N]
	Força de Corte do Pescoço	1695,7	1900/---/3100 [N]
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão	44,2	88/189/310 [N.m]
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão	18,04	47/57/135 [N.m]
	Lesão do Pescoço N _{ij}	0,47	---/0,50/1,00
Tórax	Deflexão do Peito Relativamente à Coluna	0,22	42/53/75 [mm]
	VC	0,004	0,40/0,50/1,00
Parte Superior da Perna ^(*)	Deslocamento da Articulação do Joelho	12,9/11,6	---/16/--- [mm]
	Carga Uniaxial do Fémur	2848/2290	4000/7600/10000 [N]
Parte Inferior da Perna ^(*)	Índice da Tíbia	0,84/0,73	1,00/1,30/---
	Carga Axial da Tíbia	492/271	4000/8000/--- [N]

^(*) Valores para as pernas esquerda/direita

Este cenário de referência mostra que o critério de lesão, que é fundamental a ter em atenção, é o HIC15 que está acima do limite de lesão moderado. Os outros critérios que apresentam perigo para a vida humana, e que não apresentam uma grande margem de conforto em relação ao limite moderado, são: a NSF (Força de Corte do Pescoço), a NBME (Momento de Flexão do Pescoço na Extensão) e a N_{ij} (Lesão do Pescoço). Todos os outros índices, com alguma importância em termos de lesões fatais, têm uma grande margem de segurança. Os índices que não apresentam uma ameaça para a vida também não apresentam uma grande margem de conforto em relação ao limite moderado, como é o caso do KJD (Deslocamento da Articulação do Joelho) para a perna esquerda, da Força Axial do Fémur e do TI (Índice da Tíbia). Os restantes critérios, mais ou menos importantes em termos de lesões fatais, têm uma grande margem de segurança.

Assim, o objectivo é melhorar a segurança dos passageiros, reduzindo os valores críticos observados para os critérios de lesão acima do limite de moderado, sem piorar, naturalmente, os restantes critérios que estão próximos deste mesmo limite. É sabido que num processo de optimização, ao conseguir-se melhorar os critérios de lesão considerados críticos, acima do limite, pode fazer com que os critérios que estavam abaixo deste mesmo limite, ainda que por uma distância curta, venham a atingir este patamar. Deste ponto de vista, o critério de deslocamento da articulação do joelho não está associado a uma lesão fatal. No entanto, devido às consequências em termos de deficiências a longo prazo, também não é vantajoso, daí haver também uma tentativa da sua redução.

A figura 11 apresenta o esquema da cinemática do modelo numérico de referência. Os principais acontecimentos são o contacto das pernas com as costas do banco da frente (a), o contacto da cabeça com o quadro superior do banco da frente (b), compressão máxima do pescoço (c) e o retorno da cabeça depois do contacto (d).

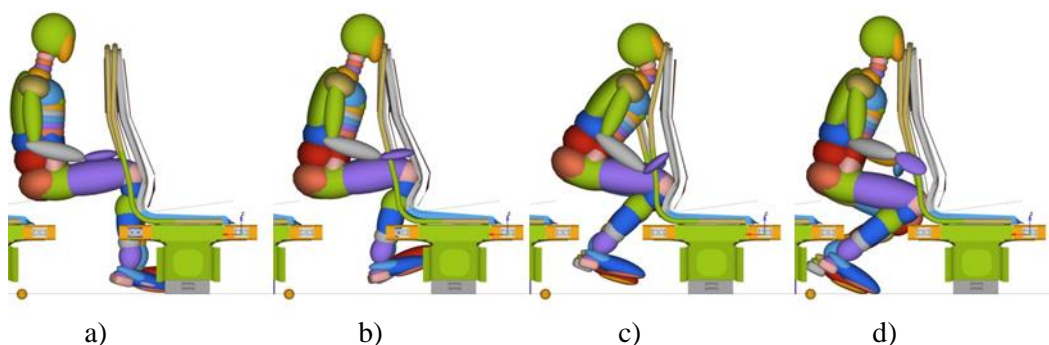


Figura 11 - Esquema representativo da cinemática do ocupante para o modelo de referência

Adaptado de: Carvalho, Milho e Ambrosio (2011)

Os valores de referência, representados na tabela 2, advêm do programa Madymo. Contudo este programa apesar de ser eficaz na obtenção de resultados, não é muito eficiente. Toda esta eficiência

refere-se essencialmente ao tempo computacional gasto. Assim, como para cada simulação o programa despende muito tempo, concretamente 2h, sendo necessário o recurso a meta-modelos, como se abordará mais à frente no subcapítulo *Meta-Modelos*. É possível chegar aos valores para os critérios de lesão para diferentes valores das variáveis de projeto, ainda que aproximados, através de meta-modelos (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016; Carvalho et al., 2017).

2.3.2. Cenário com Acolchoamento

Através de estudos anteriores constatou-se que o passageiro, em caso de colisão do veículo, iria sempre embater na estrutura do banco da frente. A ideia proposta por Carvalho et al. (2012) foi então colocar uma superfície mais flexível (almofada) cujo acolchoamento de espuma visa controlar a absorção de energia pelo banco durante a colisão da cabeça com a estrutura do banco da frente e, consequentemente, reduzir os índices de lesão associados a este embate. Para uma melhor percepção, a figura 12 apresenta o modelo de acolchoamento (b), que está montado em torno do quadro superior da estrutura do banco da frente (a), para evitar o contacto directo do passageiro com a mesma.

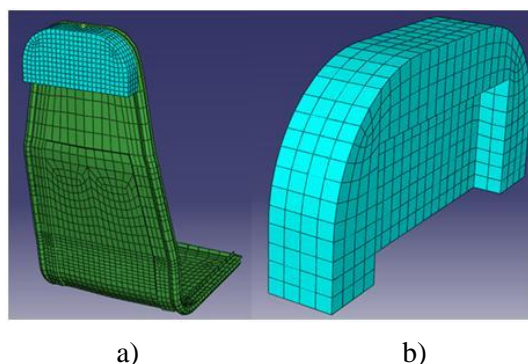


Figura 12 – Almofada

Adaptado de: Carvalho, Milho e Ambrosio (2012)

As características do material da espuma são definidas pela curva de tensão-extensão apresentada na figura 13. A espuma com uma densidade de 45 kg / m^3 e uma tensão a 50% de compressão de 230 kPa leva ao menor índice de lesão HIC do *dummy Hybrid III* (Kleiven, 2007).

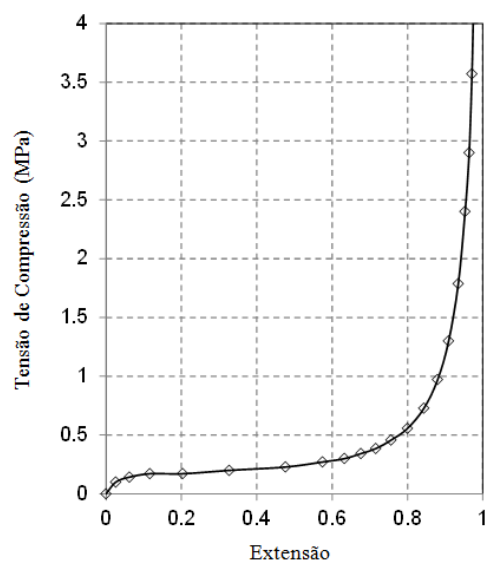


Figura 13 - Curva de tensão-extensão para o acolchoamento de espuma

Adaptado de: Carvalho, Milho e Ambrosio (2012)

3. Análise teórica dos DOEs

3.1. Descrição do Processo

Neste subcapítulo, irá ser abordado o processo utilizado para a implementação do projecto, indicando detalhadamente todas as suas fases, seguido de uma explicação do que são e da utilidade dos meta-modelos para o projecto em causa e de uma breve explicação do que é um *Design of Experiments* (DOE) bem como todos os seus constituintes e, também, de uma breve abordagem sobre as técnicas de meta-modelação.

Assim, a descrição do processo divide-se em seis etapas, tal como mostra a figura 14.

Na primeira fase, *Preparação do Projecto*, é definido o problema, identificando os objectivos, as restrições bem como as variáveis de projecto.

Na segunda fase, *Seleccção de Variáveis*, serão escolhidas as variáveis de projecto que são mais vantajosas para a realização do projecto.

Na terceira fase, *Design of Experiments*, será definido o DOE, abordado detalhadamente no tópico DOE, no subcapítulo Meta-Modelos, que melhor caracteriza o nosso projecto, seguindo-se da realização das simulações e extraindo os respectivos resultados.

Na quarta fase, *Criação do Meta-modelo*, irão ser construídos os meta-modelos, que são polinómios que se aproximam da função real, explicado detalhadamente no subcapítulo Meta-Modelos, de modo a garantir uma melhor aproximação com a realidade.

Na quinta fase, *Optimização*, são feitas diversas simulações, com métodos adequados, com o objectivo de encontrar uma solução óptima ou pelo menos uma solução aceitável.

Na sexta e última fase, *Confirmação*, verificam-se os resultados obtidos com o meta-modelo e comparam-se com os resultados obtidos pelo *software* Madymo, fazendo novas simulações para as espessuras encontradas na fase *Optimização*.

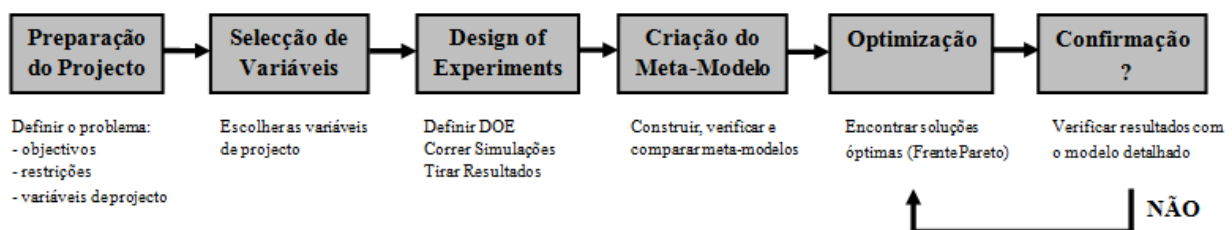


Figura 14 - Descrição Esquemática do Processo

Adaptado de: Ryberg, Bäckryd e Nilsson (2012)

3.2. Meta-Modelos

A optimização de projectos com meta-modelos tem sido utilizada nos mais variados projectos de engenharia. Estes meta-modelos são utilizados para simular o espaço real, usando os dados recolhidos a partir de ensaios experimentais (reais) ou virtuais para construir modelos substitutos que aproximem o espaço de projecto (Carvalho et al., 2016).

Assim, estes meta-modelos, que são polinómios do segundo grau que se aproximam da função real e que traduzem o comportamento de um índice de lesão consoante as variáveis de projecto, são usados para construir a função objectivo e são muito úteis pois permitem realizar inúmeras simulações num curto intervalo de tempo, sendo mais rápido do que fazer iterações em que a função objectivo é medida directamente no Madymo, que equivale a 2h por cada avaliação da função.

O processo de construção dos meta-modelos divide-se em 3 etapas, como mostra a figura 15 (Ryberg et al., 2012). Em primeiro surge o DOE, referido como *Design of Experiments* (abordado na figura 16), que consiste, basicamente, na escolha de uma metodologia para a localização dos pontos de projecto no espaço de projecto. Na segunda etapa, surge a avaliação da função nos pontos do DOE, descrita por Avaliação da Função, que é efectuada através do *software* Madymo. Na terceira e última etapa, apresenta-se a criação do meta-modelo através do método dos mínimos quadrados, implementado no *software* Matlab. A obtenção deste meta-modelo pressupõe a utilização de técnicas, apresentadas e explicadas detalhadamente no tópico *Técnicas de Meta-Modelação*. Esta superfície de resposta é, naturalmente, uma aproximação do valor dos índices de lesão.

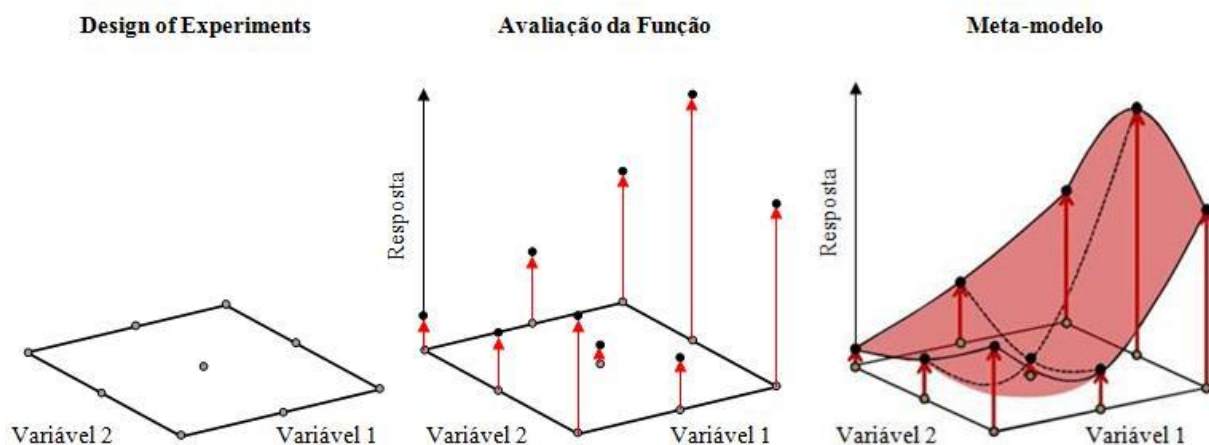


Figura 15 - Processo de Construção do Meta-Modelo

Adaptado de: Ryberg, Bäckryd e Nilsson (2012)

3.2.1. *Design of Experiments*

O *Design of Experiments*, vulgarmente conhecido por DOE, foi desenvolvido na década de 1920. O DOE é o processo de selecção para encontrar os pontos no espaço de projecto que devem ser analisados, de forma a garantir a máxima informação possível a partir de um número limitado de experiências (amostras), com um baixo tempo de processamento (Ryberg et al., 2012). São metodologias que consistem basicamente em conseguir representar o espaço de projecto e identificar os respectivos pontos necessários para a construção do meta-modelo que é concebido com o objectivo de minimizar o número de análises necessárias para identificar o espaço multidimensional (Carvalho et al., 2016).

Existem muitos tipos diferentes de DOE, como se pode observar na figura 16. Estas metodologias devem ser seleccionadas com base no número de variáveis pretendidas pelo utilizador, tempo computacional para executar DOE e com base no espaço de projecto que precisa de ser explorado (Ku, 2007).

Dentro do DOE existem dois grupos de amostras, as amostras “estatísticas” (ou factoriais) e as amostras aleatórias. As primeiras, os modelos experimentais clássicos, consistem em métodos de DOE realizados através de ferramentas estatísticas. As últimas consistem no preenchimento uniforme e aleatório do espaço de projecto e não requer parâmetros discretos sendo a dimensão da amostra escolhida pelo utilizador (Cavazzuti, 2013).

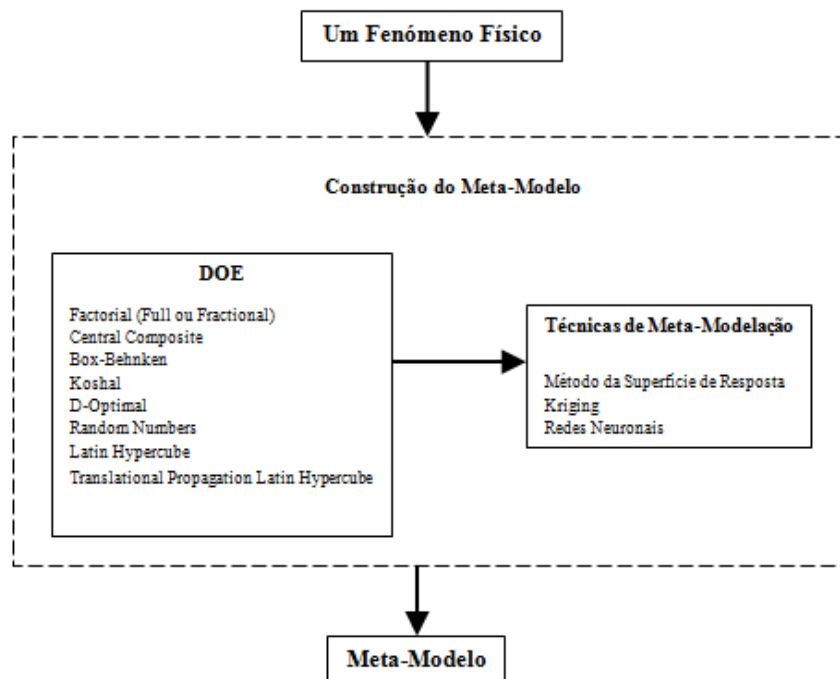


Figura 16 - Processo de construção da meta-modelação

3.2.1.1. Full Factorial Design

O *Full Factorial Design* é um método de amostragem pertencente à classe das amostras factoriais. Este método, conhecido por ser o mais conservador de todos os métodos, produz os melhores resultados, mas a um custo elevado, comparativamente aos outros, no que diz respeito aos recursos experimentais, pois abrange todas as combinações possíveis no espaço de projecto (Ibrahim, 2009).

Este método é útil para construir qualquer função polinomial, sendo adequado para interpolações de superfícies de resposta, tal como qualquer método que tenha pontos factoriais (Cavazzuti, 2013).

Assim, se este método for utilizado para uma aproximação linear, correspondente a 2 níveis, a fórmula usada para obter o número de amostras necessárias, com base nas variáveis de projecto, escreve-se da seguinte forma (Rathi e Chakraborty, 2014):

$$n = 2^k \quad (3.1)$$

Em que, n é o número de amostras e k é o número de variáveis de projecto.

Utilizando este método para uma aproximação quadrática, correspondente a três níveis, a fórmula utilizada para obter o número de amostras necessárias, n , com base no número de variáveis de projecto, k , escreve-se da seguinte forma (Rathi e Chakraborty, 2014):

$$n = 3^k \quad (3.2)$$

No entanto, para se poder utilizar este método, e os outros que daqui em diante se apresentarão, é necessário respeitar certas restrições. Uma das restrições a ter em conta é o número de amostras requeridas para se poder abordar um determinado método. Cada método tem a sua fórmula para se calcular o número de amostras com base no número de variáveis de projecto, mas têm que respeitar o número mínimo de amostras, para se poder utilizar os respectivos métodos, determinado por esta fórmula (Giunta, 1997):

$$n_{min} = \frac{(n_v+1)(n_v+2)}{2} \quad (3.3)$$

Isto é equivalente a dizer, para este caso em questão, sendo para todos os outros casos realizado de forma idêntica, que para $k = 3$ necessita-se de $n = 27$ amostras, para abranger todo o espaço de

projecto, como mostra a figura 17, e para $k = 2$ de $n = 9$ amostras, sendo que é visível que está bem acima das exigências de $n = 10$ e $n = 6$, respectivamente.

Assim, para a figura 17 correspondente a 27 amostras existe um ponto central, que corresponde ao valor médio, e que será daqui em diante o ponto de referência, no espaço de projecto, existem vários pontos factoriais que se localizam nos vértices e nas arestas do mesmo e os pontos axiais (ou de estrela) que se encontram nas faces do espaço de projecto.

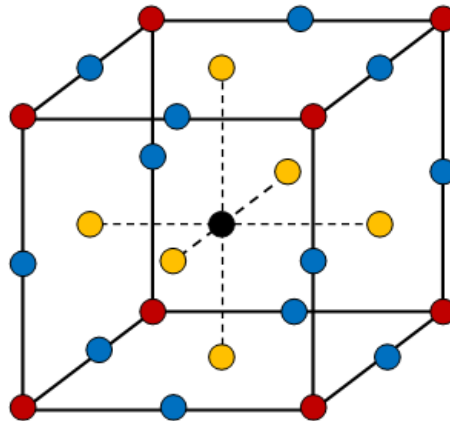


Figura 17 - Representação Gráfica: Full Factorial Design

Os 27 pontos de projecto são classificados da seguinte forma:

- 1 ponto central ●;
- 20 pontos factoriais: 8 pontos factoriais ● e 12 pontos factoriais ●;
- 6 pontos estrela localizados nas faces ●.

É de salientar ainda que um *Full Factorial* de dois níveis, 2^k , é importante no estudo dos termos lineares, e as interacções entre os termos (as variáveis de projecto). Enquanto que um modelo de três níveis, 3^k , abrange os termos lineares, os termos quadráticos e a interacção entre os termos (Ryberg et al., 2012), como se verá no subtópico *Método da Superfície de Resposta*, inserido no subcapítulo *Meta-Modelos*.

Este método tem como principais vantagens:

1. É útil para problemas que necessitem até 10 variáveis de projecto (Giunta, 1997);
2. O número de amostras no espaço de projecto é suficientemente grande para abranger todas as combinações possíveis para um número reduzido de variáveis de projecto.

Como principais desvantagens para este método podem enumerar-se:

1. O número de amostras cresce exponencialmente com o número de variáveis de projecto;
2. Com o aumento do número de amostras torna-se excessivamente caro.

Este método, *Full Factorial Design*, tem um subconjunto designado por *Fractional Factorial Design* que será abordado de seguida.

3.2.1.2. Fractional Factorial Design

O *Fractional Factorial Design* é um subconjunto do método descrito anteriormente, o *Full Factorial Design*, e como tal também é um método pertencente à classe das amostras factoriais (Simpson et al., 2001). Tal como referido no tópico anterior, o número de amostras aumenta exponencialmente com o número de variáveis de projecto, e portanto conclui-se que este método, o *Fractional Factorial Design*, é bastante útil e frequentemente utilizado quando os projectos têm muitas variáveis de projecto e, consequentemente, muitas amostras, tornando-os caros (Ryberg et al., 2012).

Este método é um subconjunto no sentido em que é uma fracção do *Full Factorial* e o seu objectivo é executar apenas um subconjunto de amostras, que teriam sido executadas no anterior, fornecendo boa informação sobre os termos principais e alguma informação sobre os termos correspondentes à interacção (Cavazzuti, 2013) e escreve-se da seguinte forma:

$$n = l^{k-p} \quad (3.4)$$

Em que, n é o número de experiências do projecto, l é a base da potência, correspondendo ao nível do projecto factorial, k é o número de variáveis do projecto e p é o número que define o tamanho da fracção (Ibrahim, 2009).

Neste projecto existem muitos tipos de *Fractional Factorial*, nomeadamente, o tamanho das fracções, que podem ser de $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{2^p}$ do projecto *Full Factorial* (Teófilo e Ferreira, 2006).

A título de exemplo, um projecto *Full Factorial*, com cinco variáveis de projecto para uma base de nível dois, 2^5 , necessita de 32 amostras, enquanto que para um projecto *Fractional Factorial*, 2^{5-4} , necessitaria apenas, para uma fracção de $\frac{1}{16}$, de 2 amostras, denominadas de 2 pontos de canto (ou 2 pontos factoriais) (Teófilo e Ferreira, 2006).

É importante referir que no método *Fractional Factorial* um dos conceitos fundamentais tem que ver com a maneira de como se cria o subconjunto, tornando o método principal “incompleto” através das fracções (Teófilo e Ferreira, 2006). Assim, as modificações no projecto principal que o tornam incompleto têm que ver com os termos principais e de interacção entre as variáveis, sendo apresentadas em numeração romana (Teófilo e Ferreira, 2006).

Este método tem como principais vantagens:

1. Apesar de um número limitado de experiências (amostras), estas cobrem o volume total do espaço de projecto;
2. Para um número inferior de amostras é possível obter as mesmas informações sobre os termos mais importantes, retirando na maioria das vezes a mesma conclusão, quando comparado com o *Full Factorial* (Teófilo e Ferreira, 2006);
3. As propriedades estatísticas são conhecidas antes da experimentação o que é importante para a redução do tamanho da amostra, podendo o investigador decidir se quer realizar a experiência, com base na informação prévia sobre o custo, o tempo e o uso eficaz de recursos (Gunst e Mason, 2009).

Como principal desvantagem para este método temos o facto de ser uma abordagem aproximada, podendo sempre, em qualquer momento, fornecer resultados imprecisos.

3.2.1.3. Central Composite Design

O *Central Composite Design*, vulgarmente conhecido por CCD, foi sugerido por Box e Wilson em 1951. O referido projecto surge para minimizar o número de pontos do *Full Factorial Design* e é um projecto útil para estimar superfícies de segunda ordem e tem sido muito utilizado desde então por muitos investigadores (Park et al., 2003).

Este DOE consiste na definição de um conjunto de variáveis de projecto com intuito de construir uma superfície quadrática através da resposta obtida que represente bem o problema real, através do número de experiências a realizar (Carvalho et al., 2016). Assim, para k variáveis de projecto codificadas são necessárias n experiências numéricas (amostras) para se poder identificar e realizar a superfície de resposta quadrática.

A fórmula do cálculo do número de experiências necessárias é dada por (Carvalho et al., 2016):

$$n = 1 + 2k + 2^k \quad (3.5)$$

Dependendo do número de amostras necessárias para preencher o espaço de projecto, este terá sempre pelo menos um ponto central e vários pontos factoriais e axiais (ou de estrela). O ponto central situa-se no centro do espaço de projecto, os pontos factoriais localizam-se nos vértices do mesmo e os pontos axiais (ou de estrela) encontram-se na periferia do espaço de projecto, ligeiramente acima das faces (mas não nas mesmas), como mostra a figura 18.

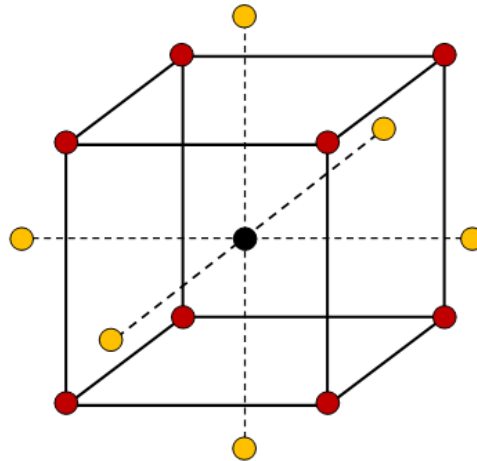


Figura 18 - Representação Gráfica: *Central Composite Design*

Os 15 pontos de projecto são classificados da seguinte forma:

1. 1 ponto central ●;
2. 8 pontos factoriais ●;
3. 6 pontos estrela localizados ligeiramente acima das faces ●.

Este incremento acima das faces, representado por α , é dado pelo nome de *rotability* e tem a seguinte fórmula:

$$\alpha = [2^k]^{1/4} \quad (3.6)$$

Todo este processo está bem descrito no subcapítulo 4.3, aquando da resolução do projecto do banco.

Este projecto tem como principais vantagens:

1. A utilização dos extremos do espaço de projecto;
2. O recurso a poucas amostras para um número reduzido de variáveis de projecto;
3. A fácil utilização;
4. A produção de bons resultados.

Como principais desvantagens para este método temos:

1. Com o aumento do número de variáveis, o número de amostras sobe exponencialmente, o que deixa de ser atractivo;
2. A impossibilidade de poder herdar pontos anteriores para projectos novos.

3.2.1.4. Box-Behnken Design

O *Box-Behnken Design*, vulgarmente conhecido por BBD, foi apresentado por George E. P. Box e Donald Behnken em 1960 (Myers et al., 2009) para reduzir os pontos de projecto, tal como o CCD, do *Full Factorial Design*, sendo que é um método útil para o desenvolvimento de modelos de superfície de resposta de segunda ordem.

Este projecto consiste na definição de um conjunto de variáveis de projecto com o intuito de formar uma superfície quadrática, tal como no CCD, através da resposta obtida que represente bem o problema real, através do número de experiências a realizar. Assim, para k variáveis codificadas são necessárias n amostras para se poder identificar e realizar a superfície de resposta quadrática. O número de experiências, consoante o número de variáveis de projecto, vem de acordo com a fórmula (3.7) (Ferreira et al., 2007a). Para este método não é possível resolver problemas que tenham apenas duas variáveis de projecto, é necessário, pelo menos, 3 variáveis de projecto (Myers et al., 2009).

$$n = 2k(k - 1) + 1 \quad (3.7)$$

Tal como no CCD, dependendo do número de amostras necessárias para preencher o espaço de projecto, este terá sempre, pelo menos um ponto central e vários pontos factoriais (Ferreira et al., 2007b). O ponto central situa-se no centro do espaço de projecto e os pontos factoriais localizam-se nas arestas do mesmo, tal como mostra a figura 19 (efectuado para 3 variáveis que equivalem a 13 experiências).

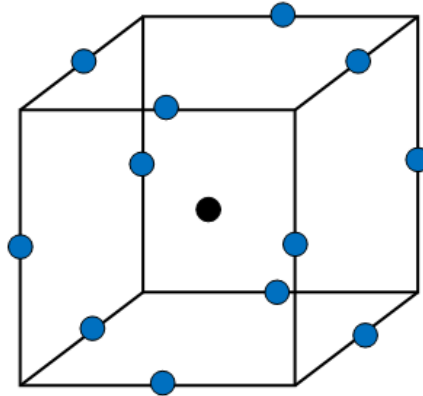


Figura 19 - Representação Gráfica: *Box-Behnken Design*

Os 13 pontos de projecto são classificados da seguinte forma:

1. 1 ponto central ●;
2. 12 pontos factoriais ●.

Tal como observável na figura anterior, é muito idêntico ao CCD, necessitando de praticamente o mesmo número de pontos, no entanto o BBD requer menos experiências. Este projecto não necessita de pontos axiais, que são pontos de extremos, podendo ter-se a certeza de que todos os pontos estão localizados no interior do respectivo espaço de projecto (Myers et al., 2009).

As principais vantagens do método *Box-Behnken* são:

1. A ausência de pontos axiais garante que todos os pontos de projecto estão dentro da zona de projecto;
2. São mais económicos, porque requerem menos experiências em relação ao CCD;
3. Podem evitar experiências realizadas em condições extremas, as quais podem induzir em resultados insatisfatórios (Ferreira et al., 2007a);
4. Estimar os parâmetros da superfície quadrática.

As principais desvantagens são:

1. Não é útil para problemas em que o objectivo é o estudo dos extremos;
2. É incapaz de resolver problemas para duas variáveis de projecto.

3.2.1.5. *Koshal Design*

O *Koshal Design* foi sugerido, por Koshal em 1933, para minimizar o número de pontos do *Full Factorial Design*, e usa o princípio de um factor de cada vez para gerar o DOE (Ibrahim, 2009). O único benefício reside na geração mínima de pontos para a avaliação dos coeficientes, isto é, são modelos saturados ou quase-saturados (Myers et al., 2009), que contêm o número mínimo de pontos necessários para o desenvolvimento do projecto. Isto, por outro lado, afecta a qualidade da montagem da superfície de resposta.

A ideologia por detrás do *Koshal Design* é fornecer o número exacto de pontos de projecto necessários para construir qualquer função polinomial. Assim, para uma aproximação linear, a equação usada é (Rathi e Chakraborty, 2014):

$$N_{KD} = k + 1 \quad (3.8)$$

E para uma função polinomial quadrática, a equação usada é (Rathi e Chakraborty, 2014):

$$N_{KD} = k + 1 + \frac{k(k+1)}{2} \text{ ou } N_{KD} = \frac{1}{2}(k+1)(k+2) \quad (3.9)$$

A figura 20 apresenta a localização dos pontos de projecto, no espaço de projecto, usando a aproximação quadrática, utilizando três variáveis, para a aproximação de segunda ordem. Assim, para $k = 3$ variáveis dispomos de 10 amostras possíveis distribuídas da seguinte forma:

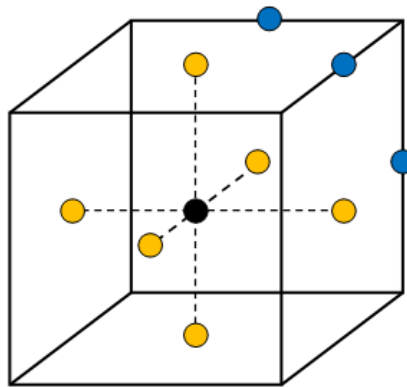


Figura 20 - Representação Gráfica: *Koshal Design*

Os 10 pontos de projecto são classificados da seguinte forma:

1. 1 ponto central ●;
2. 3 pontos factoriais ●;
3. 6 pontos estrela localizados nas faces ●.

A principal vantagem deste método é:

1. Necessita de poucas experiências para desenvolver o projecto.

A principal desvantagem é:

1. Por serem modelos saturados ou quase-saturados, a qualidade da montagem da superfície de resposta é prejudicada.

3.2.1.6. Breves considerações sobre os DOEs factoriais

Em suma, concluiu-se que não se conseguiu definir ou indicar um método que fosse melhor ou superior a outro, até porque, como será explicitado de seguida, os métodos derivam do *Full Factorial*, o que quer dizer que cada método aborda uma parte específica do espaço de projecto desse mesmo método. Todos os métodos são diferentes e todos eles têm as suas mais-valias, o que os torna diferentes uns dos outros e sejam mais adequados para os mais variados tipos de projecto. Assim, dependendo do que se quer estudar, um método pode ser melhor (ou mais adequado) do que outro.

Enquanto que, o CCD aborda os pontos factoriais, nomeadamente os extremos do espaço de projecto, o BBD e o *Koshal* abordam os pontos mais interiores do domínio. São indicadas a seguir, sob a forma de tabelas, as vantagens e as desvantagens dos métodos acima descritos. Apresenta-se ainda o gráfico sobre os métodos, fazendo referência ao tamanho dos mesmos.

O gráfico dos métodos DOE (Gráfico 1) foi realizado com o intuito de facilitar a compreensão de todos os métodos, nomeadamente, no que diz respeito ao tamanho do projecto. Este gráfico apresenta os métodos através da sua relação entre o número de amostras (experiências) necessárias, N , com o número de variáveis de projecto, k . Pode observar-se com alguma facilidade que o método *Full Factorial* requer mais experiências para a resolução do projecto, para o mesmo número de variáveis de projecto, do que qualquer outro método, e que ao invés o método *Koshal* é aquele que precisa de menos amostras para o mesmo número de variáveis. Esta diferença de amostras entre os métodos abordados é bem visível quando se analisam as curvas do gráfico onde se apresenta uma curva ascendente (quase a pique) que representa o *Full Factorial*.

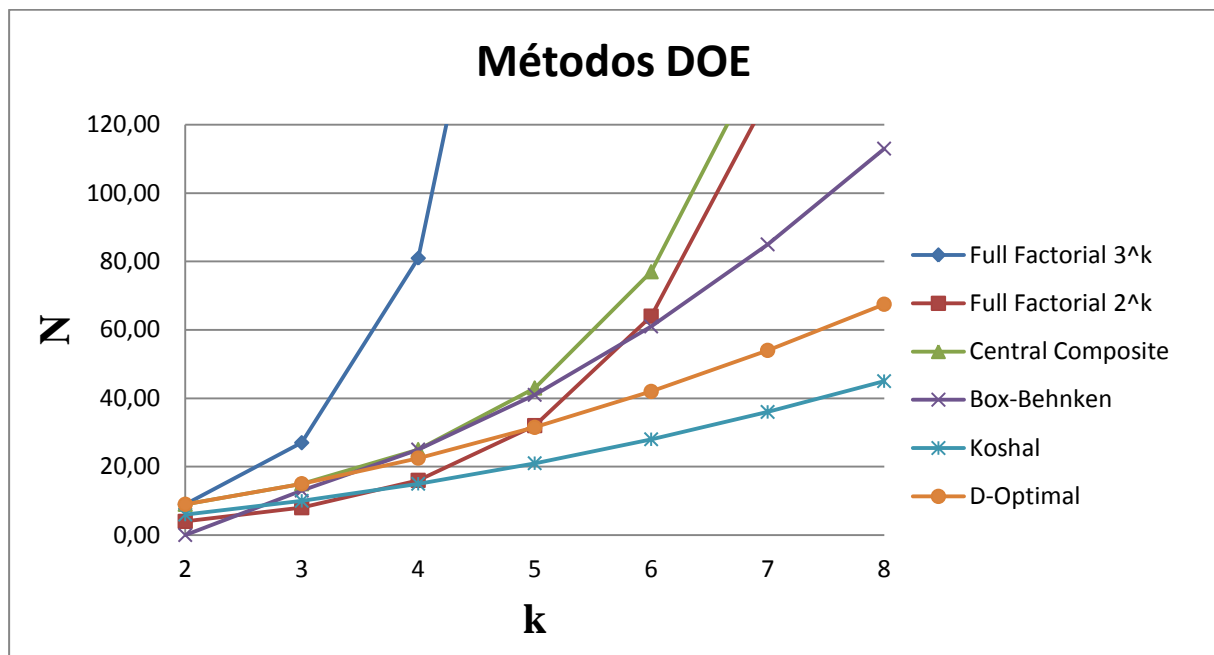


Gráfico 1 - Métodos DOE

Pode observar-se ainda que, dos métodos compreendidos entre estes dois, existem o CCD e o BBD, que são os mais utilizados e que necessitam de quinze experiências e treze experiências, respectivamente, para três variáveis de projecto.

É de referir que o método *D-Optimal*, apesar de não pertencer à classe das amostras factoriais, encontra-se aqui para se poder comparar e visualizar também o número de amostras, que são necessárias à medida que o crescimento das variáveis de projecto aumenta, comparando-o com os outros métodos.

Todos estes métodos eram abordagens aproximadas do *Full Factorial*, que serviam para reduzir o seu número de amostras. Assim, é interessante ver que a “soma” destes métodos resulta no método *Full Factorial*, como mostra a figura 21. Sendo que, como se pode reparar, cada método corresponde a um tipo de pontos específicos do *Full Factorial*: os pontos localizados nos vértices equivalem aos pontos do CCD, os pontos situados nas arestas ao BBD e os localizados nas faces são referentes ao *Koshal*.

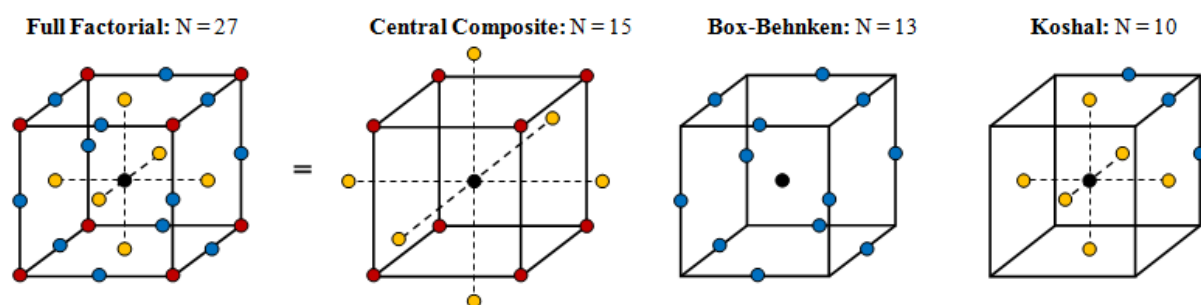


Figura 21 - Modelos Experimentais Factoriais

Em suma, os modelos experimentais factoriais, com três variáveis de projecto, para a construção das superfícies de resposta de segunda ordem, iniciam-se com o modelo *Full Factorial* que exige muitas avaliações e segue-se de exemplos de três modelos mais económicos, que são: o *Central Composite*, o *Box-Behnken* e o *Koshal* (Ryberg et al., 2012).

De seguida mostra-se na tabela 3 o resumo de todos os métodos descritos anteriormente.

Tabela 3- Vantagens e Desvantagens dos DOE Factoriais

Modelo	Vantagens / Desvantagens
<i>Full Factorial</i>	<p>Número de amostras no espaço de projecto abrange todas as combinações possíveis, conseguindo-se reduzir o erro;</p> <p>Útil para problemas que necessitem até 10 variáveis de projecto.</p> <p>Número de amostras cresce exponencialmente com o número de variáveis de projecto.</p>
<i>Fractional Factorial</i>	<p>Apesar de um número limitado de experiências (amostras) estas cobrem o volume total do espaço de projecto;</p> <p>Estima os termos principais e de interacção de uma superfície de resposta.</p> <p>São abordagens aproximadas do <i>Full Factorial</i>, podendo fornecer resultados imprecisos.</p>
<i>Central Composite</i>	<p>Utilização dos extremos do espaço de projecto;</p> <p>Produz bons resultados.</p> <p>Número de amostras cresce exponencialmente com o número de variáveis de projecto, o que deixa de ser atractivo.</p>
<i>Box-Behnken</i>	<p>Construção de superfícies de resposta quadrática;</p> <p>É útil para problemas em que o objectivo não seja o estudo dos extremos.</p> <p>Incapaz de resolver problemas para duas variáveis de projecto.</p>
<i>Koshal</i>	<p>Necessita de poucas experiências para desenvolver o projecto.</p> <p>São modelos saturados ou quase-saturados, o que prejudica a qualidade da montagem da superfície de resposta.</p>

3.2.1.7. *D-Optimal Design*

O método *D-Optimal* é um dos métodos de optimização da família alfabética *Optimal* que se foca na boa avaliação (cálculo e estimativa) dos parâmetros do modelo (Ryberg et al., 2012). Este método utiliza ferramentas de probabilidade para a sua resolução. O método *D-Optimal* é gerado por um algoritmo de pesquisa iterativa e tem como objectivo minimizar a variância das avaliações dos parâmetros β . Isto é equivalente a maximizar o determinante, $|D| = |X^T X|$, onde X é a matriz de projecto. Será neste sentido que maximizar o determinante, $|D| = |X^T X|$, é equivalente a minimizar a $var(\beta)$ ou a minimizar o determinante, $|X^T X|^{-1}$, (Ibrahim, 2009).

Embora não tenha nenhuma fórmula que determine o número de amostras necessárias com base no número de variáveis de projecto, foi estudado que pode considerar-se que o número de amostras pode ser obtido multiplicando 1,5 pelo número de amostras do *Koshal Design* (Ibrahim, 2009).

As principais vantagens deste método são (Triefenbach, 2008):

1. É apropriado para espaços de projecto com formas irregulares (que não são definidas apenas pelas limitações das variáveis de projecto);
2. É flexível em oferecer qualquer número de pontos de projecto;
3. Um novo DOE pode ser alterado para incorporar pontos de projecto de um projeto mais antigo;
4. É útil para melhorar os DOEs clássicos e não para iniciar um projecto de raiz.

A principal desvantagem é a seguinte:

1. Não garante que o máximo global seja encontrado.

3.2.1.8. *Random Numbers*

Este tipo de DOE insere-se na categoria das amostras aleatórias. Neste tipo de projecto, a amostragem do espaço de projecto é aleatória. É normalmente utilizado para estudar novos sistemas quando não existe conhecimento disponível *a priori* (Ibrahim, 2009).

3.2.1.9. Latin Hypercube Design

O *Latin Hypercube Design* (LHD) insere-se na categoria das amostras aleatórias do DOE. Este método, proposto por McKay et al. em 1979 (Ryberg et al., 2012), consiste na criação de uma malha quadrada com M divisões uniformemente distribuídas, existindo apenas uma amostra em cada linha e em cada coluna, como mostra a figura 22 (a). Esta malha será preenchida com base num processo aleatório (Ryberg et al., 2012) e poderá ser calculado a partir da seguinte fórmula, sendo o número máximo de combinações de um *Latin Hypercube* com M divisões e N variáveis:

$$\left(\prod_{n=0}^{M-1} (M - n) \right)^{N-1} = (M!)^{N-1} \quad (3.10)$$

Para o nosso caso em questão, para M = 5 divisões e N = 2 variáveis existem 120 combinações possíveis. Assim, é possível verificar que este processo implica um elevado número de combinações possíveis, sendo todas elas aceitáveis no que diz respeito às condições do *Latin Hypercube*. No entanto, é possível que exista uma solução que seja inadequada para criar um modelo substituto embora se cumpra os requisitos do LHD (Viana, 2008). A título de exemplo, uma solução cujo o conjunto de amostras se encontra ao longo da diagonal do espaço de projecto irá satisfazer os requisitos de um LHD, mas não seria certamente uma boa solução porque a maior parte do espaço de projecto não seria explorado pelo método, como mostra a figura 22 (b).

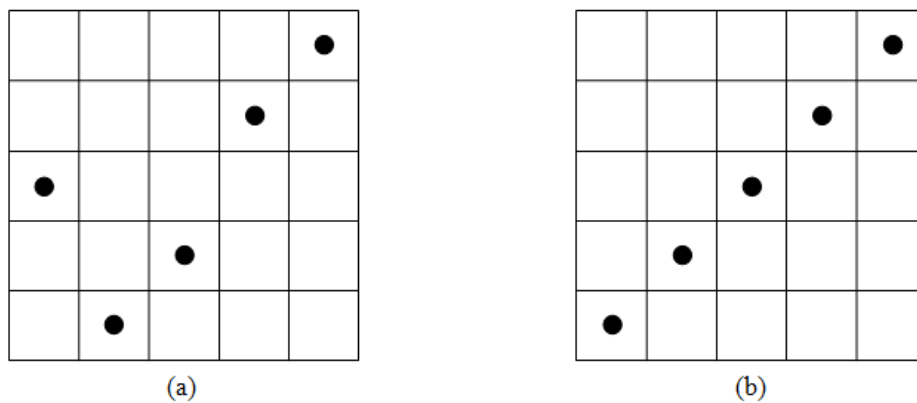


Figura 22 - Tipos de LHD: (a) Boa dispersão e (b) Má dispersão

Neste método existem duas técnicas de optimização para convergir numa melhor solução, que é maximizar a distância mínima entre quaisquer dois pontos, e a outra técnica consiste em minimizar a

discrepância dos pontos. Existem estudos indicadores de que a segunda opção converge para uma melhor solução quando comparada com a primeira (Ryberg et al., 2012). Apesar destas duas técnicas, o objectivo da optimização será realizar uma melhor distribuição dos pontos no espaço de projecto e, consequentemente, obter um melhor projecto.

O *Latin Hypercube Design* tem como principais vantagens:

1. É permitido a escolha do número de pontos necessários pelo utilizador;
2. O número de pontos (amostras) pode ser alterado;
3. A ortogonalidade da amostra (uma solução é ortogonal se o produto interno de quaisquer duas colunas for zero);
4. A amostra é independente do modelo substituto que vai ser construído (Viana, 2008);
5. A possibilidade de cobrir todo o espaço de projecto com uniformidade distribuída (d'Ippolito et al., 2010);
6. Altamente preciso no interior do espaço de projecto;
7. Podem ser construídas diferentes configurações para o mesmo número de variáveis e para o mesmo número de amostras (Viana, 2008).

Ao invés, o LHD tem como principais desvantagens:

1. À medida que aumenta o número de variáveis, o número de combinações aumenta significativamente, devido ao expoente;
2. O tempo computacional despendido (Viana, 2015);
3. A pouca precisão nos cantos (vértices e arestas) do espaço de projecto;
4. As propriedades desejáveis, tais como o preenchimento do espaço de projecto ou a eficiência da ortogonalidade vêm com um custo de optimização dispendioso (Viana, 2015).

3.2.1.10. *Translational Propagation Latin Hypercube Design*

O *Translational Propagation Latin Hypercube Design*, ou também conhecido por TPLHD, é um algoritmo, pertencente à classe das amostras aleatórias, que surge para criar malhas bem distribuídas. Contrariamente, o LHD que cria as suas próprias malhas através de um processo aleatório pode resultar em soluções bastante pobres. O método TPLHD, mesmo derivando do próprio LHD, não utiliza nenhuma técnica de optimização, apenas utiliza o método da propagação translacional para obter as soluções, de acordo com a concepção das sementes, que se explicará de seguida e mais aprofundada no subcapítulo 4.4 (Buljak e Garbowski, 2013).

Assim, neste método, à semelhança do LHD, é também criada uma malha quadrada de M divisões uniformemente distribuídas, na qual existe uma amostra para cada linha e coluna, como mostra a figura 23. Esta amostra, designada neste método por semente, pode ser concebida através de várias concepções possíveis para o preenchimento da malha.

Neste sentido, a ideia será construir um projecto de sementes mais pequeno que represente bem o LHD ideal (Viana et al., 2010). Para tal, é preciso criar um TPLHD com o número de pontos requeridos, atendendo ao número de sementes (concepção), representado por n_s , o número de pontos desejado, n_p , e o número de variáveis, n_v (Viana et al., 2010).

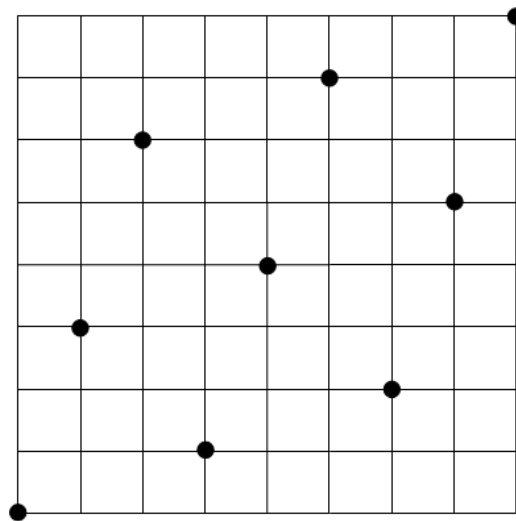


Figura 23 - Representação Gráfica: TPLHD

O TPLHD tem como principais vantagens:

1. A melhor distribuição no espaço de projecto implica uma melhor aproximação do modelo (Buljak e Garbowski, 2013);
2. O baixo custo na alteração da disposição das sementes, podendo obter-se inúmeras soluções;
3. A rapidez no processo para a obtenção de soluções;
4. Não necessita de cálculos, podendo afirmar-se que as operações são vistas como simples correcções da concepção das sementes no projecto (Viana et al., 2010);
5. Para projectos até seis variáveis o TPLHD aproxima-se muito bem do LHD ideal (Viana et al., 2010).

Ao invés, o TPLHD tem como principal desvantagem:

1. Para dimensões superiores a oito variáveis o TPLHD já não se aproxima adequadamente do projecto LHD ideal (Viana et al., 2010).

3.2.1.11. Breves considerações sobre os DOEs

Em suma, todos os métodos presentes neste trabalho estão incluídos nas subcategorias de amostras estatísticas e aleatórias. Os DOEs factoriais são metodologias bem definidas que contêm pontos de projecto (centrais, factoriais e/ou axiais). Estes DOEs baseiam-se em técnicas matemáticas para tentarem encontrar as melhores soluções possíveis no espaço de projecto delimitado pelos pontos acima mencionados e usando as próprias coordenadas (coordenadas codificadas) para a resolução de funções polinomiais, a fim de se poder criar um meta-modelo que simule as curvas experimentais dos índices de lesão.

Nos DOEs aleatórios encontram-se métodos cujos pontos são obtidos de forma aleatória, através de malhas bem distribuídas, sendo que após o processo de optimização estas vão sendo rearranjadas de forma a ocuparem o maior espaço possível na malha. Existe um método nesta subcategoria capaz de preencher esta malha, apenas com a translacção dos pontos de projecto.

Assim, o LHD necessita de um processo aleatório, seguido de optimização para “espalhar” os pontos de projecto pela malha, enquanto que o TPLHD requer um processo de optimização que se baseia na propagação translaccional dos pontos de projecto, designados por sementes, no espaço de projecto. Sendo mais determinado e obtendo melhores resultados, que resulta da boa distribuição efectuada por este algoritmo, abrangendo todo o espaço de projecto.

Todos estes métodos discriminados acima podem ser resolvidos com qualquer uma das técnicas de meta-modelação que a seguir se apresentam, tendo em conta a necessidade e a complexidade que o problema assim o exige. Na tabela 4, são sintetizados todos os métodos abordados anteriormente, para uma fácil apreciação de cada método.

Tabela 4 - Vantagens e Desvantagens dos DOE

Modelo	Vantagens / Desvantagens
<i>Full Factorial</i>	<p>Número de amostras no espaço de projecto abrange todas as combinações possíveis, conseguindo-se reduzir o erro; Útil para problemas que necessitem até 10 variáveis de projecto.</p> <p>Número de amostras cresce exponencialmente com o número de variáveis de projecto.</p>
<i>Fractional Factorial</i>	<p>Apesar de um número limitado de experiências (amostras) estas cobrem o volume total do espaço de projecto; Estima os termos principais e de interacção de uma superfície de resposta.</p> <p>São abordagens aproximadas do <i>Full Factorial</i>, podendo fornecer resultados imprecisos.</p>
<i>Central Composite</i>	<p>Utilização dos extremos do espaço de projecto; Produz bons resultados.</p> <p>Número de amostras cresce exponencialmente com o número de variáveis de projecto, o que deixa de ser atractivo.</p>
<i>Box-Behnken</i>	<p>Construção de superfícies de resposta quadrática; É útil para problemas em que o objectivo não seja o estudo dos extremos.</p> <p>Incapaz de resolver problemas para duas variáveis de projecto.</p>
<i>Koshal</i>	<p>Necessita de poucas experiências para desenvolver o projecto.</p> <p>São modelos saturados ou quase-saturados, o que prejudica a qualidade da montagem da superfície de resposta.</p>
<i>D-Optimal</i>	<p>É apropriado para espaços de projecto com formas irregulares; Um novo DOE pode ser alterado para incorporar pontos de projecto de um projecto mais antigo.</p> <p>Não garante que o máximo global seja encontrado.</p>
<i>Latin Hypercube</i>	<p>A possibilidade de cobrir todo o espaço de projecto com uniformidade distribuída; Altamente preciso no seu interior.</p> <p>Pouca precisão nos cantos (vértices e arestas) do espaço de projecto.</p>
<i>Translational Propagation Latin Hypercube</i>	<p>Melhor distribuição no espaço de projecto implica a uma melhor aproximação do modelo;</p> <p>Baixo custo na alteração da disposição das sementes, podendo obter-se inúmeras soluções.</p> <p>Para dimensões superiores a 8 variáveis já não se aproxima do projecto LHD ideal.</p>
<i>Random Numbers</i>	<p>Estudar novos projectos quando não existe conhecimento disponível <i>a priori</i>.</p> <p>Geração de números aleatórios.</p>

3.2.2. Técnicas de Meta-Modelação

As técnicas de meta-modelação são usadas com o objectivo de construir superfícies de resposta, que aproximem bem o espaço de projecto à realidade, designadas por meta-modelos e descritas acima no subcapítulo *Meta-Modelos*. Estas técnicas são ferramentas matemáticas e são úteis para desenvolvimento, aperfeiçoamento e optimização de processos (Myers e Montgomery, 2002), sendo abordadas as seguintes três técnicas: Método da Superfície de Resposta, Kriging e Redes Neurais.

3.2.2.1. Método da Superfície de Resposta

O Método da Superfície de Resposta, em inglês *Response Surface Method* (RSM), apareceu pela primeira vez escrito no artigo de Box e Wilson em 1951 (Ibrahim, 2009). O RSM é um conjunto de técnicas matemáticas e estatísticas utilizado para construir superfícies de resposta sob a forma de funções polinomiais, pois é útil para desenvolvimento, aperfeiçoamento e optimização de processos (Myers e Montgomery, 2002).

Apesar de este método ser utilizado principalmente para a construção de superfícies de resposta de experiências físicas, têm sido, também, muito utilizados ultimamente para desenvolver simulações numéricas (Wiebenga, 2014).

A superfície de resposta de um projecto, obtida através do RSM, apresenta-se da seguinte forma:

$$y = \hat{y} + \varepsilon \quad (3.11)$$

Sendo que, y é a resposta real, \hat{y} é referente à resposta aproximada e ε o erro.

Apresentando a parcela referente à resposta aproximada, de um RSM quadrática, e identificando cada termo, obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{Constante} & \text{Termos} & \text{Termos} & \text{Interacção} & \text{Erro} \\
 & \text{Lineares} & \text{Quadráticos} & & \\
 \hline
 & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\
 y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_{jj} x_j^2 + \sum_{i=j-1}^k \sum_{j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon
 \end{array} \quad (3.12)$$

Onde, β_0 , β_j , β_{jj} e β_{ij} são coeficientes desconhecidos necessários para se poder realizar n experiências e x representa as variáveis codificadas (Myers e Montgomery, 2002).

Assim, explicando de uma forma mais detalhada todo este processo, pode afirmar-se que um meta-modelo com a forma $\hat{y} = X\beta$, na forma matricial, é a resposta aproximada de cada índice de lesão, sendo os β 's os parâmetros (coeficientes) desconhecidos obtidos através do método dos mínimos quadrados, e onde a matriz X é a matriz de projecto (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016).

Uma das restrições a ter em conta, para a construção de um modelo de superfície de resposta, linear ou quadrática, é o número mínimo de amostras requeridas para se poder abordar um determinado método. É necessário que cada método respeite o número mínimo de amostras n_{min} para k variáveis obtido pela seguinte fórmula, que indica também o número de parâmetros desconhecidos β a serem utilizados.

$$n_{min} = \frac{(n_v+1)(n_v+2)}{2} \quad (3.13)$$

Tendo em conta isto, a matriz de projecto, X , de dimensão $n \times n_{min}$, para efeitos de simplificação resolvida para 2 variáveis, é representada da seguinte forma:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & D_{11} & D_{12} & D_{11}^2 & D_{12}^2 & D_{11}D_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & D_{n1} & D_{n2} & D_{n1}^2 & D_{n2}^2 & D_{n1}D_{n2} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Onde, as linhas correspondem a pontos de projecto (n) e as colunas a coeficientes de regressão (β).

A Matriz X é assim construída com base nos elementos da matriz D , matriz de parâmetros codificados (variáveis codificadas), que é apresentada por:

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \\ D_{31} & D_{32} \\ D_{41} & D_{42} \\ D_{51} & D_{52} \\ D_{61} & D_{62} \\ \vdots & \vdots \\ D_{n1} & D_{n2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Esta matriz tem a dimensão $(n \times k)$, em que n é o número de experiências (pontos de projecto) e k corresponde ao número de variáveis de projecto, e é construída com base nos pontos de um determinado DOE escolhido.

De seguida, resta calcular o vector dos coeficientes desconhecidos β , representado de seguida pela equação (3.16). O cálculo de β é conseguido através do método dos mínimos quadrados, tal como se referiu acima, para se poder resolver o sistema de equações lineares.

$$\beta = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_{11} \quad \beta_{22} \quad \beta_{12}]^T \quad (3.16)$$

Assim, pode agora calcular-se a resposta das funções de superfície de resposta, \hat{y} , referente a cada índice de lesão num determinado ponto de projecto pela seguinte expressão, na forma matricial:

$$(X^T X)\beta = X^T \hat{y} \quad (3.17)$$

Em suma, o objectivo do RSM é a optimização de problemas com base em técnicas matemáticas apresentadas acima. Desta forma, a superfície de resposta quadrática, representada por \hat{y} , permite encontrar o mínimo através do processo de optimização (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016).

As principais vantagens deste método são (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016; Myers e Montgomery, 2002):

1. O RSM é eficaz para controlar o erro entre a resposta do modelo real e a resposta do modelo substituto (Myers e Montgomery, 2002);
2. É bem estabelecido e de fácil utilização;
3. É apropriado para problemas inferiores a 10 variáveis de projecto;
4. O custo computacional é adequado para problemas de optimização multicritério (Carvalho et al., 2016).

E a principal desvantagem é:

1. Não é útil para projectos que requerem muitas variáveis.

3.2.2.2. Kriging

Esta técnica de meta-modelação, conhecida por *Kriging*, foi desenvolvida pelo sul-africano Daniel G. Krige, é um método de regressão para aproximação ou interpolação dos dados da amostra (Lophaven et al., 2002).

A resposta aproximada deste modelo pode ser escrita pela seguinte fórmula:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + k(\mathbf{x}) \quad (3.18)$$

Sendo que, $f(\mathbf{x})$ representa uma função polinomial, obtida igualmente como no Método da Superfície de Resposta, que define o espaço de projecto e $k(\mathbf{x})$ representa a componente de probabilidade, que acrescenta os desvios locais (Ibrahim, 2009).

Viana (2008) descreve as componentes desta fórmula, sendo que a segunda componente tem uma função de covariância espacial dada por:

$$\text{cov} [k(x_i), k(x_j)] = \sigma^2 R(x_i, x_j) \quad (3.19)$$

Onde σ^2 é a variância do processo e $R(x_i, x_j)$ é a correlação entre x_i e x_j .

A principal vantagem do método é que utiliza uma parte referente à probabilidade para auxiliar a função polinomial, de modo a garantir melhores resultados.

3.2.2.3. Redes Neurais

Esta técnica de meta-modelação é muito sofisticada e extremamente eficaz na aproximação dos resultados, pois recorre a ferramentas matemáticas, tornando-se muito interessante para problemas que exigem muitas variáveis de projecto e uma excelente precisão de resultados, embora não seja uma boa escolha para projectos que requerem poucas variáveis de projecto, por ser muito dispendiosa e exigir muito tempo de processamento.

Assim, as Redes Neurais baseiam-se no sistema neurológico humano, em que um neurónio corresponde a uma unidade de processamento que tem como função a resolução de problemas complexos. Esta unidade de processamento dispõe de muita informação à entrada (inicial), convergindo-a em apenas uma resposta final. A figura 24 mostra todo o processo descrito acima,

sendo uma das características interessantes a capacidade de estudar as associações entre os dados (Ryberg et al., 2012).

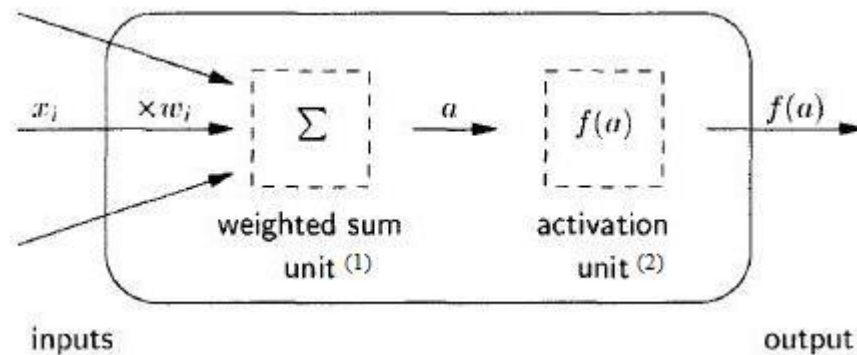


Figura 24 - Desenho esquemático de um neurónio

Adaptado de: Ibrahim, 2009

- (1) Unidade da soma ponderada
- (2) Unidade da activação

No entanto, a Rede Neuronal pode sofrer de *overfitting*, traduzindo-se em português como sobre-ajuste, que é o termo utilizado na estatística para descrever o modelo estatístico que se ajusta a todos os pontos do conjunto de dados (amostra). É natural que a amostra apresente desvios causados por erros de medição ou factores aleatórios, quando isto acontece dá-se o fenómeno de *overfitting*, tal como representado na figura 25 (Ryberg et al., 2012). Estes modelos apresentam uma grande precisão nos resultados, mas não é uma boa representação da realidade, por isso convém ser evitado. Apesar disto alguns investigadores têm sugerido o uso desta técnica de meta-modelação em alternativa ao RSM (Myers et al., 2009).

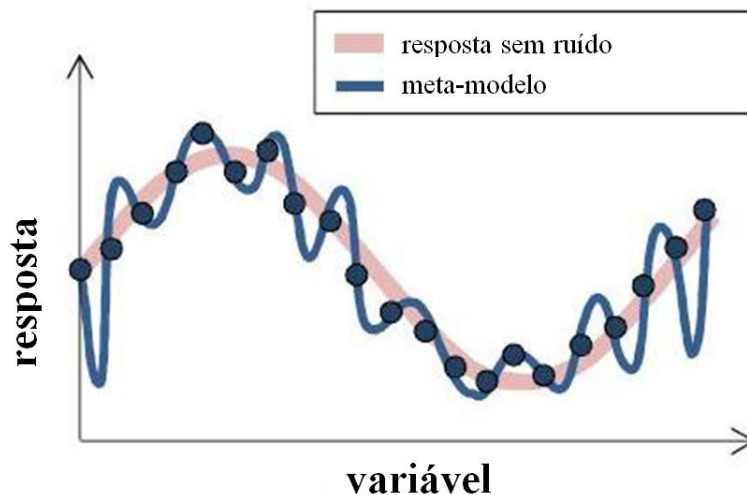


Figura 25 - Representação de um *overfitting*

Adaptado de: Ryberg, Bäckryd e Nilsson (2012)

Deste modo, a principal vantagem é que fornece uma precisão muito boa dos resultados e sendo a principal desvantagem o facto de esta necessitar de um elevado número de amostras.

3.2.2.4. Breves Considerações sobre as Técnicas de Meta-Modelação

Os métodos apresentados acima são úteis para a construção de superfícies de resposta, para aproximar o modelo numérico à realidade, nomeadamente, o comportamento dos índices de lesão. Estes métodos apenas variam em algumas características (individuais) pertencentes a cada um.

Em suma, o método *Kriging* tem sido muito criticado pela sua complexidade. Foi concluído também por Stander et al. que os melhores métodos para otimizar a resistência ao choque são o RSM e as Redes Neurais (Ibrahim, 2009). No entanto, as Redes Neurais são muito complexas e a sua forma de utilização requer algum conhecimento prévio e muito estudo envolvido, pois são úteis para problemas que necessitem de muitas variáveis de projecto. O RSM embora não seja tão complexo e não seja indicado para muitas variáveis de projecto, porque aumenta o número de pontos de projecto (amostras) e também os coeficientes (β), necessários para a construção do meta-modelo, é útil e extremamente eficaz para a construção de superfícies de resposta e para problemas que requerem poucas variáveis de projecto, fornecendo bons resultados aproximados (Ibrahim, 2009).

Apresenta-se ainda, resumidamente, sob a forma de uma tabela (Tabela 5) as vantagens e desvantagens das respectivas técnicas de meta-modelação.

Tabela 5 - Vantagens e Desvantagens das Técnicas de Meta-Modelação

Modelo	Vantagens / Desvantagens
<i>Método da Superfície de Resposta</i>	Bem estabelecido e de fácil utilização; Custo marginal do computador adequado para problemas de optimização multicritério.
<i>Kriging</i>	Não é útil para projectos que requerem muitas variáveis. Auxílio à função polinomial através de funções probabilísticas; Viável para projectos inferiores a 50 variáveis de projecto.
<i>Redes Neurais</i>	Muito boa precisão dos resultados; Capacidade de estudar as associações entre os dados. Necessita de um elevado número de amostras.

Assim, será usada para a dissertação a técnica de meta-modelação RSM, por não ser tão complexa e aproximar bem os resultados às funções reais.

3.3. Comparação da utilização de diferentes DOE num caso de estudo

Depois de exposta a apresentação das metodologias, decidiu-se fazer uma abordagem mais prática, na tentativa de perceber se existem métodos que sejam semelhantes no que diz respeito à aproximação dos resultados dos índices de lesão, culminando, assim, esta primeira parte mais teórica.

Nesta primeira parte, recorrendo ao trabalho efectuado por Carvalho et al. (2016), descrito acima, utilizou-se o mesmo projecto do banco (espessuras), apresentado na figura 6, e extraíram-se os resultados. Abordar-se-ão ainda duas metodologias, *Koshal* e *Box-Behnken*, para complementar o estudo, na tentativa de perceber se estes dois métodos dos modelos experimentais factoriais se se aproximam bem da curva experimental, isto é, para ver se a curva do modelo substituto, construída com os respectivos pontos dos métodos utilizados, caracteriza bem a curva experimental (obtida através dos pontos recolhidos pelo Madymo), para se poder utilizar os valores dos índices de lesão, obtidos por estas funções de resposta, nos cálculos futuros.

É de salientar que, os métodos escolhidos, o *Box-Behnken* e o *Koshal*, foram seleccionados por somados, juntamente com o CCD, formarem o *Full Factorial*. Assim, achou-se interessante abordar estes três métodos distintos, por terem, naturalmente, os pontos de projecto diferentes, com o objectivo de verificar se ainda assim forneciam bons resultados, tal como o CCD.

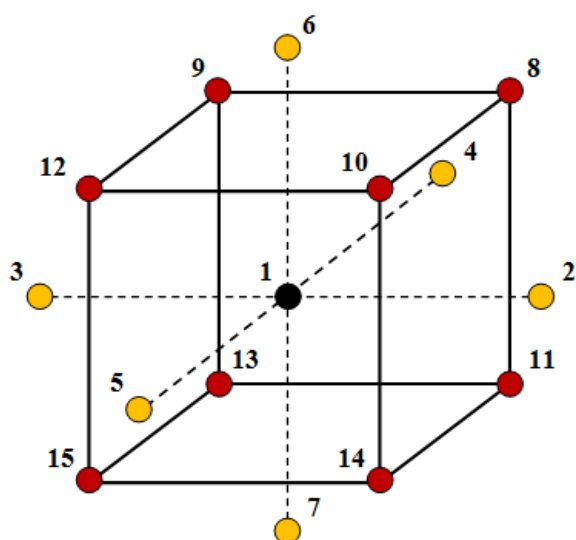
Começando pelo estudo do CCD realizado por Carvalho et al. (2016), para três variáveis, que tem como pontos de projecto (em variáveis codificadas) os apresentados na matriz D_{CCD} (Figura 26) que é importante no cálculo da técnica de meta-modelação utilizada, que cria o meta-modelo. Este método, complementado pelo RSM, fornece boas aproximações, como se pode ver pelo valor dos erros correspondentes a cada índice de lesão, na tabela A1 (em anexo).

No caso da aplicação prevista neste trabalho, para $k = 3$ variáveis tem-se $n = 15$ experiências, o que corresponde a ter $n_{\min} = 10$ coeficientes polinomiais β , que são, por sua vez, obtidos através do *software* Matlab.

Toda esta informação sobre este método apresenta-se sob a forma de uma tabela, Tabela 6.

Tabela 6 - Características da metodologia do CCD para 3 variáveis de projecto

Características CCD				
Nº Variáveis (k)	Pontos Factoriais	Pontos Axiais	Pontos Centrais	Valor de α
3	8	6	1	1,682



$$D_{\text{CCD}} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1,682 & 0 & 0 \\ -1,682 & 0 & 0 \\ 0 & 1,682 & 0 \\ 0 & -1,682 & 0 \\ 0 & 0 & 1,682 \\ 0 & 0 & -1,682 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Figura 26 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do CCD e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{CCD})

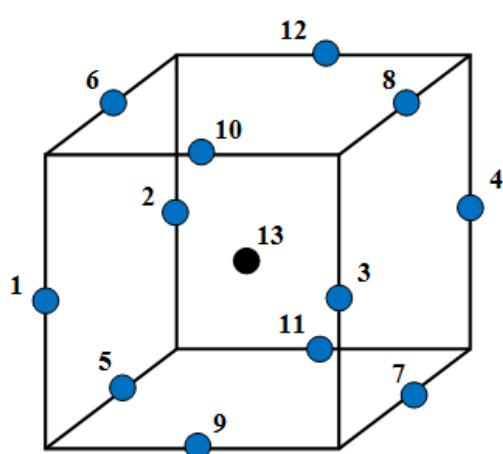
Para o método *Box-Behnken* utilizar-se-ão as mesmas três variáveis de projecto do CCD, para se poder comparar. Assim, pode afirmar-se que os pontos de projecto, com base na fórmula (3.7) do subtópico *Box-Behnken Design*, para as mesmas três variáveis, são treze e estão representados na figura 27, bem como a sua matriz de projecto de pontos codificados, D_{BBD} .

O número mínimo de variáveis exigido para que o método seja desenvolvido é, segundo a fórmula (3.13) do subtópico *Método da Superfície de Resposta*, $n_{\min} = 10$ coeficientes polinomiais β , que são,

por sua vez, obtidos através do *software* Matlab. Desta forma, toda esta informação sobre este método está presente na tabela 7.

Tabela 7 - Características da metodologia do BBD para 3 variáveis de projecto

Características BBD		
<i>Nº Variáveis (k)</i>	<i>Pontos Factoriais</i>	<i>Pontos Centrais</i>
3	12	1



$$D_{BBD} = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

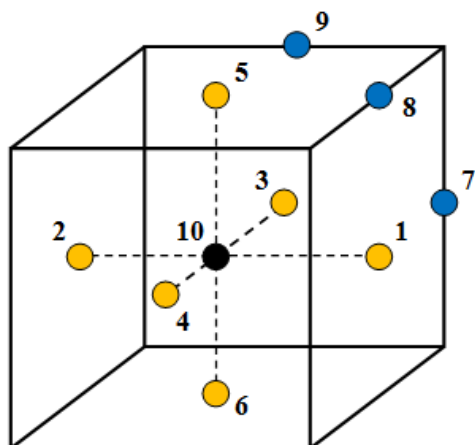
Figura 27 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do BBD e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{BBD})

O método *Koshal*, como referido no subtópico *Koshal Design* (no subcapítulo *Meta-Modelos*) e seguindo toda a sua estrutura, é uma metodologia saturada ou quase-saturada, porque requer o número mínimo de pontos para poder ser abordada. No entanto, pode ser útil quando o método CCD ou o BBD são mais caros, por usarem naturalmente mais experiências para a sua resolução, sendo vantajoso a utilização de um modelo saturado ou quase-saturado como é o caso do *Koshal*.

Este método requer assim, para três variáveis de projecto, apenas dez pontos de projecto e que se apresentam discriminados na tabela 8 e representados na figura 28.

Tabela 8 - Características da metodologia do *Koshal* para 3 variáveis de projecto

Características Koshal			
Nº Variáveis (<i>k</i>)	Pontos Factoriais	Pontos Axiais	Pontos Centrais
3	3	6	1



$$D_{\text{koshal}} = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura 28 - Representação Gráfica dos Pontos de Projecto do Koshal e Matriz de Projecto dos Pontos Codificados (D_{Koshal})

3.3.1. Análise dos resultados

Com o intuito de comparar os resultados das três metodologias (CCD, BBD e *Koshal*) utilizadas no caso de estudo, foi calculado para cada ponto de projecto, dos respectivos métodos, os valores apresentados nas tabelas resumidas 9, 10 e 11 que foram obtidos para as espessuras do banco, sendo que a sua construção obteve-se através do cálculo do erro relativo, calculado, por sua vez, a partir dos índices de lesão extraídos do Madymo e do Matlab.

Os valores de referência dos índices de lesão foram obtidos introduzindo os valores das variáveis de projecto (reais) no programa já desenvolvido em ambiente Madymo por Carvalho et al. (2016). Os valores dos índices de lesão referentes ao Matlab foram obtidos introduzindo as variáveis codificadas dos respectivos DOEs utilizados.

É de referir que os valores do erro relativo para cada ponto do respectivo método apresentam-se nas tabelas em anexo (A1, A2 e A3).

Tabela 9 - Erro Relativo para o CCD

Erro das Funções nos DOE – CCD: N = 15									
Pontos			A3ms	HIC	Nij	Chest	VC	KJD L	KJD R
0	0	0	4,35%	-0,48%	3,99%	-13,79%	13,47%	-0,12%	0,04%
CCD			MED.	1,24%	0,02%	1,73%	8,26%	8,27%	0,00%

Observando as tabelas resumidas, verifica-se que para o método CCD, tabela 9, a média dos valores do erro relativo referentes aos índices de lesão mais significativos não apresentam uma grande discrepância entre os valores do meta-modelo e os valores do Madymo, nomeadamente, o HIC que tem um erro de 0,02%, o A3ms tem uma diferença de 1,24%, o índice que diz respeito ao pescoço, Nij, é 1,73%, sendo que, o índice que representa o deslocamento da articulação do joelho tem 0,00 pontos percentuais. No entanto, a média dos valores é maior nos índices de lesão do tórax, alcançando os 8,26% e 8,27%, respectivamente, mas, no entanto, como não são índices de lesão considerados importantes, porque a margem de segurança é enorme, entre o seu valor e o limite moderado, não se considerará para o estudo em causa. Analisando agora a média dos valores do erro relativo, dos mesmos índices de lesão, para os valores de referência, ponto central (0,0,0), observa-se que para o HIC há uma discrepância de - 0,48%, já para o índice de lesão A3ms o erro é de 4,35% e para o Nij há um desvio de 3,99%, sendo que para o deslocamento da articulação do joelho, KJD, não vai além dos 0,2%. Abordando os valores referentes ao tórax tem-se, para o ponto de referência, $\pm 14\%$.

Tabela 10 - Erro Relativo para o BBD

Erro das Funções nos DOE – BBD: N = 13									
Pontos			A3ms	HIC	Nij	Chest	VC	KJD L	KJD R
0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BBD			MED.	0,76%	0,00%	0,86%	3,31%	2,73%	0,00%

Enquanto que, para o método *Box-Behnken*, tabela 10, fazendo a mesma análise observa-se que o índice de lesão referente à cabeça, HIC, tem 0,00% de discrepância entre o meta-modelo e a curva experimental obtida pelo Madymo, o índice A3ms tem um desvio de 0,76%, sendo o Nij de 0,86% e o KJD de 0,00%. Para os índices relacionados com o tórax obteve-se erros de 3,31% e 2,73%, que têm o valor maior dos erros de todos os índices de lesão.

Analisando o erro relativo apenas para o ponto de referência (0,0,0), deparamo-nos com um erro de 0,00% para todos os índices de lesão, que pode advir do facto de o método não abordar os extremos, não fornecendo resultados aceitáveis para este projecto em questão.

Assim, verifica-se que ambos os métodos, o CCD e o *Box-Behnken*, são bons para a construção de superfícies de resposta, porque, apesar de serem metodologias diferentes dão bons resultados, com um erro relativo muito baixo, em relação ao valor de referência, o que mostra que ambos têm pontos de projecto que criam superfícies de resposta que se aproximam bem à curva real. Isto é visível nas tabelas 9 e 10 como podemos ver através das médias que não vão além de 3,5%, para os índices importantes. Ainda assim, e apesar de não haver grandes diferenças entre os métodos, a escolha do método que se vai utilizar irá depender das características e do objectivo do projecto.

Conclui-se assim que o método BBD constrói funções de resposta, auxiliado pelo RSM, com base nos seus pontos de projecto e criando, desta forma, um meta-modelo que se aproxima melhor dos valores de referência do modelo do que o CCD. No entanto, a metodologia CCD, apesar de criar resultados com erros ligeiramente superiores aos do BBD, também fornece resultados bastante aceitáveis.

Tabela 11 - Erro Relativo para o Koshal

Erro das Funções nos DOE – Koshal Design: N = 10									
Pontos			A3ms	HIC	Nij	Chest	VC	KJD L	KJD R
0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Koshal			MED.	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Em relação ao método *Koshal*, este produziu resultados que não foram conclusivos, apresentados na tabela 11, pois observam-se resultados com um erro relativo de 0%, o que indica que este método produz funções de resposta cujos valores de resposta dos índices de lesão são iguais aos valores obtidos pelo modelo numérico implementado em ambiente Madymo. No entanto, apesar de à partida este resultado ser óptimo, pois significa que as funções de resposta que criam o meta-modelo aproximam na perfeição o modelo, torna-se dúbio pois não é normal que tal aconteça. Contudo, e após alguma análise, chegou-se à conclusão que tais resultados podem derivar do facto de o método (*Koshal*) em questão ser saturado ou quase-saturado, o que significa que tem o número mínimo de pontos requeridos para que o processo possa ser realizado, ou também devido ao facto de este ter quase todos os pontos de projecto situados nas faces do cubo, restringindo a sua área de pesquisa, não conseguindo gerar resultados aproximados.

4. Caso de Estudo

4.1. Apresentação

O cenário de acolchoamento foi conceptualizado e apresentado por (Carvalho, Milho e Ambrosio, 2012) e será o ponto de partida para o caso de estudo desenvolvido nesta última parte. Como tal, todo este cenário foi modelado, em ambiente Madymo, a partir do modelo previamente descrito. Foi modelada uma almofada em elementos finitos, tendo sido assemblada no topo da estrutura tubular do assento, tal como representado na figura 29.

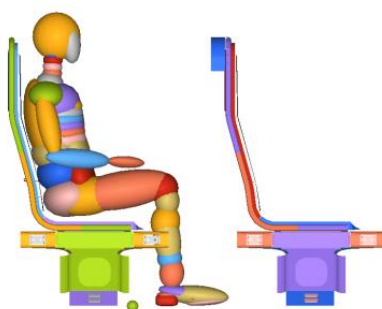


Figura 29 - Modelo interior da carruagem: cenário de acolchoamento

Para o caso de estudo apresentado decidiu-se abordar e utilizar dois métodos dos mencionados no capítulo anterior, com o objectivo de obter bons resultados referentes ao modelo numérico com acolchoamento, como referido na secção Objectivos e organização do trabalho. Assim, foram escolhidos dois métodos pertencentes às duas categorias de amostras, estatística e aleatória, que são o CCD e o TPLHD. A escolha incidiu sobre estes dois métodos por serem de categorias distintas com o intuito de perceber se ambos geram meta-modelos, com base nos pontos de projecto dos respectivos DOE, que se aproximem dos valores de referência do cenário de acolchoamento, obtidos no Madymo e apresentados na tabela 12, gerando o menor erro possível. Por fim, tenta-se através da optimização encontrar, com base no conjunto de valores dos índices de lesão obtidos, a solução que melhora a segurança dos ocupantes.

Como já mencionado, a técnica de meta-modelação que será utilizada é o RSM.

Tabela 12 - Critérios de lesão para o ensaio virtual do modelo de referência de acolchoamento

Região do Corpo	Critério de Lesão	Valor de Acolchoamento	Limite de Lesão (Moderado/Grave/Muito Grave)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms)	79,776	784,8/---/2158,2 [m/s ²]
	HIC15	94,2	150/500/1000
Pescoço	Força Axial do Pescoço	537,8	2770/---/4170 [N]
	Força de Corte do Pescoço	1399,98	1900/---/3100 [N]
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão	39,99	88/189/310 [N.m]
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão	54,16	47/57/135 [N.m]
	Lesão do Pescoço N_{ij}	0,45	---/0,50/1,00
Tórax	Deflexão do Peito Relativamente à Coluna	0,22	42/53/75 [mm]
	VC	0,00031	0,40/0,50/1,00
Parte Superior da Perna (*)	Deslocamento da Articulação do Joelho	12,8/11,4	---/16/--- [mm]
	Carga Uniaxial do Fémur	2835/2306	4000/7600/10000 [N]
Parte Inferior da Perna (*)	Índice da Tíbia	0,85/0,72	1,00/1,30/---
	Carga Axial da Tíbia	146/215	4000/8000/--- [N]

(*) Valores para as pernas esquerda/direita

4.2. Variáveis de Projecto

A definição de projecto óptimo requer o conhecimento das funções objectivo e das suas restrições, bem como das variáveis de projecto e os seus limites. A análise de sensibilidade é o procedimento utilizado em qualquer estudo de optimização, pois revela os parâmetros (críticos) e as condições do projecto (Carvalho et al., 2016). Com base neste cenário, a análise de sensibilidade identifica as variáveis de projecto que são importantes na alteração do modelo proposto, bem como na biomecânica do passageiro, pois deve ser com estes parâmetros (variáveis de projecto) que se deve conseguir obter melhorias no que diz respeito à segurança passiva. Assim, da análise detalhada de todo o trabalho anteriormente desenvolvido (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016; Carvalho et al., 2017), decidiu-se abordar novas variáveis de projecto, como mostra a figura 30 (a), com o intuito de minimizar os resultados dos índices de lesão já obtidos. É neste sentido que se optou por manter a variável que corresponde à espessura da placa do encosto, t_1 , utilizada nos estudos anteriores, e adicionar uma espessura referente à almofada, t_2 , instalada no banco, na tentativa de observar se existem melhorias significativas em relação ao índice de lesão na cabeça, quando comparado com o projecto anterior. É ainda importante referir que para a espessura t_1 admite-se um intervalo de $\pm 10\%$ do valor de referência e que a espessura t_2 conta com $\pm 25\%$ do valor de referência, como indica a figura 30 (b).

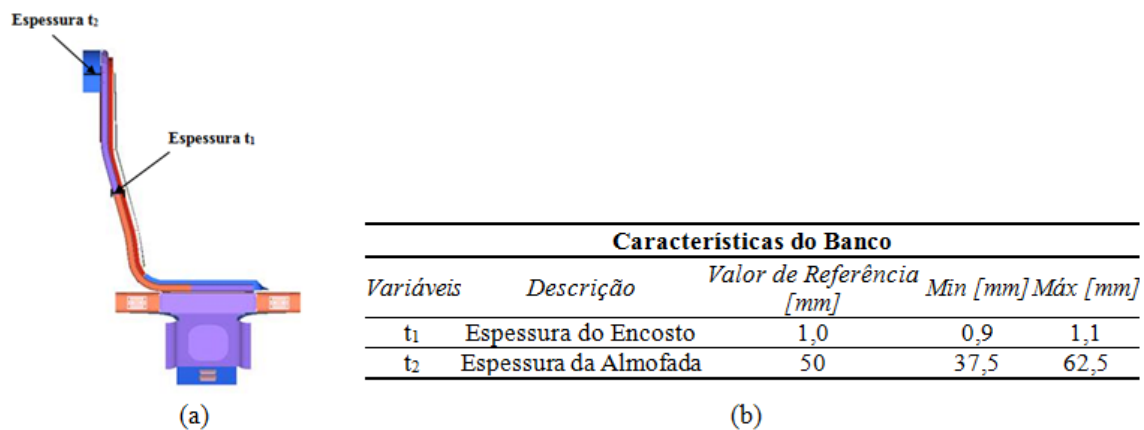


Figura 30 - Estrutura do banco de comboio (a) e Características do banco (b)

4.3. CCD utilizando 2 variáveis

A metodologia CCD foi utilizada neste caso de estudo. O cenário apresentado acima requer duas variáveis de projecto, a espessura das costas e a espessura da almofada, como foi dito na secção *Objectivos e organização do trabalho*. Assim, o CCD para duas variáveis representa-se da forma indicada na figura 31, sendo as variáveis representadas X_1 e X_2 , variáveis codificadas que representam a espessura das costas e a espessura da almofada, respectivamente.

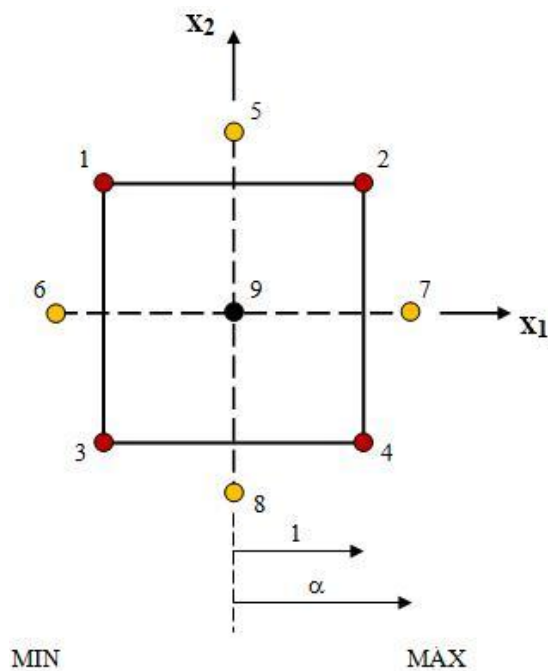


Figura 31 - Representação Gráfica: *Central Composite Design* para 2 variáveis

Para se poder utilizar qualquer metodologia DOE necessitamos de saber o número de experiências para um determinado número de variáveis, de modo a saber se corresponde aos requisitos mínimos para a utilização do RSM. Para tal, utilizando a fórmula (3.13) obtém-se um número mínimo de seis experiências para duas variáveis. Desta forma, o DOE tem nove experiências, o que quer dizer que está válido para se poder usar o método. Pela mesma fórmula o número de coeficientes polinomiais β necessário para duas variáveis é seis.

Tal como apresentado na figura 31, para duas variáveis necessitamos de nove experiências, como também se pode calcular através da fórmula (3.5). Observa-se ainda pela figura 31 que se dispõe de 1 ponto central, de 4 pontos factoriais e 4 pontos axiais (ou de estrela), sendo que pela fórmula (3.6) tem-se $\alpha=1,414$.

As suas características são apresentadas na tabela 13 e os pontos de projecto, anteriormente mencionados, são apresentados detalhadamente na tabela 14, indicando os seus respectivos valores.

Tabela 13 - Características da metodologia CCD para 2 variáveis de projecto

Características CCD				
<i>Nº Variáveis (k)</i>	<i>Pontos Factoriais (2^k)</i>	<i>Pontos Axiais (2k)</i>	<i>Pontos Centrais</i>	<i>Valor de α</i>
2	4	4	1	1,414

Tabela 14 - Características dos pontos de projecto do CCD para 2 variáveis de projecto

Pontos de Projecto CCD			
<i>Pontos</i>	<i>Variáveis Codificadas</i>		<i>Descrição</i>
	<i>x₁</i>	<i>x₂</i>	
1	-1	1	<i>Pontos Factoriais</i>
2	1	1	
3	-1	-1	
4	1	-1	
5	0	1,414	<i>Pontos Axiais</i>
6	-1,414	0	
7	1,414	0	
8	0	-1,414	
9	0	0	<i>Ponto Central</i>

Todas estas variáveis indicadas no CCD são, como já foi dito anteriormente, variáveis codificadas e para tal, para se poderem utilizar no *software* Madymo, tendo em conta que só funciona com variáveis reais, precisam de ser transformadas para variáveis reais. Assim, para se poder obter as variáveis reais das variáveis codificadas é necessário seguir os respectivos passos. Primeiro é importante definir que as variáveis t_i , em que $i = 1, \dots, k$, onde k é o número de variáveis, correspondem às variáveis reais, sendo que t_i^0 é o valor inicial das respectivas variáveis. Estas variáveis estão compreendidas num intervalo, $t_i^{min} \leq t_i \leq t_i^{MAX}$, como observado na figura 30 (b) (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016).

Desta forma, as variáveis de projecto (variáveis codificadas) são definidas pelo x_i , $i = 1, \dots, k$, e a variável de projecto real, t_i , é obtida pela seguinte fórmula:

$$x_i = \frac{t_i - t_i^0}{s_i}, \quad i = 1, \dots, k \quad (4.1)$$

Onde o declive s_i é obtido para cada variável pela fórmula (4.2), utilizando o valor máximo da variável de projeto real, t_i^{MAX} , juntamente com o valor máximo da variável codificada, x_i^{MAX} , para se substituir em (4.1).

$$s_i = \frac{t_i^{MAX} - t_i^0}{x_i^{MAX}}, \quad i = 1, \dots, k \quad (4.2)$$

Assim, a relação entre o valor das variáveis de projecto codificadas, presentes na figura 31, e as variáveis de projecto reais são apresentadas na tabela 15.

Tabela 15 - Relação entre as variáveis de projecto codificadas e reais do CCD para 2 variáveis

Relação entre as variáveis codificadas e reais					
x_i	-1,414	-1	0	1	1,414
t_1 (mm)	0,9	0,929	1	1,071	1,1
t_2 (mm)	37,5	41,16	50	58,84	62,5

A técnica de meta-modelação utilizada será o RSM para a construção de meta-modelos, neste caso polinómios de segunda ordem, que visam aproximar-se da resposta do modelo experimental (real). Para se construir os meta-modelos é preciso ter em conta a fórmula (3.11), nomeadamente a segunda parcela que diz respeito à resposta aproximada de cada índice de lesão, dada por (3.12). Assim, deduzindo a equação (3.12) para duas variáveis, obtém-se a seguinte resposta aproximada \hat{y} :

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (4.3)$$

A matriz das variáveis codificadas D apresentada em (4.4), com a dimensão $(n \times k)$, é obtida com base nos pontos de projecto, presentes na tabela 14.

$$D = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1,414 \\ -1,414 & 0 \\ 1,414 & 0 \\ 0 & -1,414 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Por sua vez, seguindo os passos do subtópico RSM, a matriz de projecto X é assim construída com base nos elementos da matriz D , que substituindo na matriz da equação (3.14) resulta em:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1,414 & 0 & 1,9994 & 0 \\ 1 & -1,414 & 0 & 1,9994 & 0 & 0 \\ 1 & 1,414 & 0 & 1,9994 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1,414 & 0 & 1,9994 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

De seguida, resta calcular o vector dos coeficientes desconhecidos β para cada índice de lesão, representado pela fórmula (3.16), através da função *lsqcurvefit* do Matlab, que representa o método dos mínimos quadrados.

Por fim, pode obter-se a resposta aproximada na forma matricial utilizando a equação:

$$(X^T X)\beta = X^T \hat{y} \quad (4.6)$$

4.3.1. Meta-modelo criado a partir do CCD

Na tabela 16 são apresentados a média do erro relativo referente a cada índice de lesão para todos os pontos e o erro relativo para o ponto central (0,0).

Tabela 16 - Erro Relativo para o CCD utilizando 2 variáveis

Erro das Funções nos DOE – CCD: N = 9										
Pontos		A3ms	HIC	Nij	Chest	VC	KJD L	KJD R	Tibia Load L	Tibia Load R
0	0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CCD	MED.	0,00%	-0,03%	0,09%	0,02%	0,06%	0,00%	0,00%	1,41%	0,28%

Observando a tabela 16 verifica-se que para o método CCD, a média dos valores do erro relativo referentes aos índices de lesão mais significativos não apresentam uma grande discrepância entre os valores do meta-modelo e os valores do Madymo, nomeadamente, o HIC que tem um erro, em módulo, de 0,03%, o A3ms que tem em média 0,00% de erro, o índice que diz respeito ao pescoço, Nij, é 0,09% de erro, e o índice que representa o deslocamento da articulação do joelho apresenta um erro de 0,00%. No entanto, a média do erro relativo é maior no índice de lesão referente à carga axial da tibia (*Tibia Load*), alcançando os 1,41% e 0,28%, referente às pernas esquerda e direita, respectivamente, mas, no entanto, como não é um índice de lesão considerado importante, porque tem uma margem de segurança confortável, entre o seu valor e o limite moderado, não se considerará para o estudo em causa. Analisando agora os valores do erro relativo, dos mesmos índices de lesão, para os valores de referência do acolchoamento, ponto central (0,0), observa-se que para todos os índices de lesão o valor do erro relativo é 0,00%, entre o meta-modelo e o modelo em Madymo, o que significa que o meta-modelo neste ponto central representa sem desvios os valores obtidos pelo *software* Madymo.

Assim, verifica-se que o método CCD é bom para a construção de superfícies de resposta porque fornece bons resultados, com um erro relativo nulo, em relação ao valor de referência de acolchoamento, e pequenos desvios nos restantes pontos de projecto, isto é visível na tabela B1 (em

anexo) como podemos ver através das médias que não ultrapassam os 0,09%, para os índices mais importantes.

4.3.2. Comparação dos valores do cenário de acolchoamento com os valores do cenário de referência

Nesta secção, irão ser abordados, por fim, os resultados obtidos entre os cenários de acolchoamento e de referência, procedendo à comparação, através da análise de tabelas e gráficos, referentes aos índices de lesão obtidos, com o intuito de estudar se com novas variáveis implementadas no modelo se obtêm as melhorias desejadas.

Assim, para uma melhor apreciação dos resultados tem-se os valores de acolchoamento e de referência, respectivos a cada índice de lesão, apresentados na tabela 17, com o desvio relativo referente a cada um, de forma a analisar a discrepância dos índices de lesão e a auxiliar na selecção dos índices de lesão que serão escolhidos.

Tabela 17 - Desvio do cenário de acolchoamento em relação ao cenário de referência (sem almofada)

Região do Corpo	Critério de Lesão	Cenário de Acolchoamento	Cenário de Referência	Desvio Relativo (%)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms) [m/s ²] HIC15	79,776	470,97	-83,06%
		94,2	229,9	-59,03%
Pescoço	Força Axial do Pescoço [N]	537,8	1014,2	-46,97%
	Força de Corte do Pescoço [N]	1399,98	1695,7	-17,44%
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão [N.m]	39,99	44,2	-9,52%
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão [N.m]	54,16	18,04	200,22%
	Lesão do Pescoço N _{ij}	0,45	0,47	-4,26%
Tórax	Deflexão do Peito	0,22	0,22	0%
	Relativamente à Coluna [mm] VC	0,00031	0,004	-92,25%
Parte Superior da Perna (*)	Deslocamento da Articulação do Joelho [mm]	12,8/11,4	12,9/11,6	-0,78%/-1,72%
	Carga Uniaxial do Fémur [N]	2835/2306	2848/2290	-0,46%/0,70%
Parte Inferior da Perna (*)	Índice da Tíbia	0,85/0,72	0,84/0,73	1,19%/-1,37%
	Carga Axial da Tíbia [N]	146/215	492/271	-70,33%/-20,66%

(*) Valores para as pernas esquerda/direita

Todos estes valores negativos indicam que os valores dos índices de lesão do cenário de acolchoamento de referência estão abaixo dos valores correspondentes de referência (cenário sem almofada).

Assim, os índices de lesão mais significativos seleccionados, com base na diferença entre os valores de referência e os valores dos limites de lesão, são o HIC, o NBME, o N_{ij} , o KJD, para as pernas esquerda e direita, e o TI. No entanto, verifica-se que, regra geral, os valores dos índices de lesão diminuíram, exceptuando apenas três índices de lesão que se encontram acima dos valores de referência, que foram o NBME, a Carga Axial do Fémur e o TI, sendo que a Carga Axial do Fémur não será considerado no problema de optimização por estar ainda assim longe do limite definido de lesão, estabelecido em 4000 N.

É importante referir que todos os outros índices de lesão não incluídos na função objectivo encontram-se longe dos valores de referência e, por sua vez, longe dos limites mínimos de lesão.

Analisando agora os gráficos correspondentes aos cinco índices de lesão (HIC, NBME, N_{ij} , KJD e TI), começa-se pelo índice de lesão da cabeça (HIC), representado no gráfico 2.

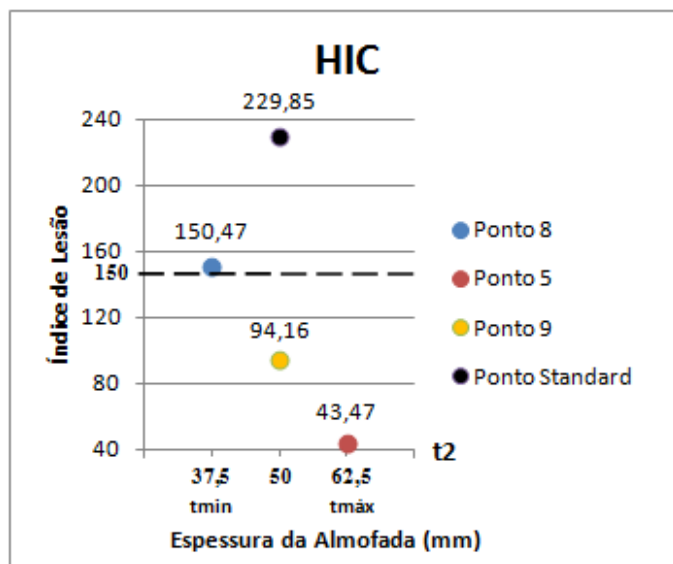


Gráfico 2 - Representação gráfica dos valores do HIC

Salienta-se que os pontos azuis que se apresentam nos gráficos representam a espessura mínima da variável a ser estudada, os pontos vermelhos são referentes à espessura máxima, o ponto amarelo diz respeito ao valor de referência do cenário de acolchoamento e, por fim, o ponto preto representa o valor de referência do cenário de referência, sendo igual em todos os outros gráficos que daqui em diante se apresentarão.

Observando o gráfico 2 constata-se que o valor do HIC de referência, inicialmente de 229,85, reduziu com a introdução da almofada, ficando com 94,16. Este valor pode variar mediante a espessura da almofada, reduzindo-se significativamente se esta aumentasse, caso contrário, se a espessura reduzisse

o HIC aumentaria relativamente ao valor de referência do cenário de acolchoamento, mas, ainda assim, muito inferior ao valor obtido para o cenário de referência (sem almofada).

De seguida será apresentado o gráfico 3 referente ao índice de lesão NBME.

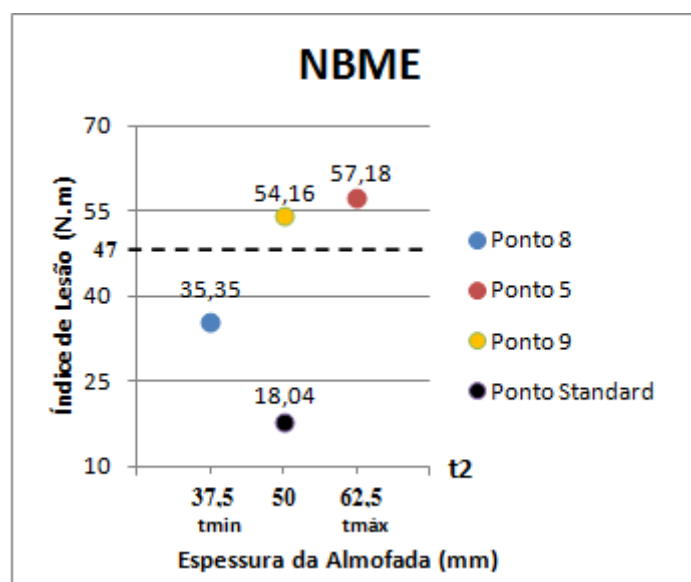


Gráfico 3 - Representação gráfica dos valores do NBME

Analisando o gráfico 3, repara-se que o valor de referência aumentou quando se introduziu uma almofada, ficando, assim, com 54,16 N.m (valor de referência de acolchoamento), enquanto que no cenário de referência (sem almofada) tinha apenas 18,04 N.m. Este valor, 54,16 N.m, torna-se crítico porque para além de ultrapassar o valor de referência, ultrapassa também o limite de lesão moderado. No entanto, pode alterar-se também, tal como no HIC, o valor da espessura da almofada à procura de um valor mais aceitável. Naturalmente, a resposta não será tentar aumentar a espessura porque, sendo o valor na espessura inicial de 54,16 N.m, continuaria acima do patamar do limite mínimo de lesão. Desta forma, resta apontar à redução da espessura. Seguindo esta sugestão, diminuindo a espessura da almofada ao seu mínimo, esta fica com o índice de lesão de 35,35 N.m, o que ultrapassa o valor de referência, mas não ultrapassa o patamar do limite moderado. Esta sugestão que até podia ser viável para o índice de lesão NBME, pode não ser viável, e não o é certamente, para o HIC.

Abordando agora o critério de lesão N_{ij} , presente no gráfico 4, podemos extrair como informação que o valor de referência de acolchoamento é inferior ao valor de referência do cenário standard. Tentando melhorar este índice seria mais vantajoso diminuir a espessura da almofada pois daria um valor de 0,30, enquanto que se se aumentasse a espessura, este aumentaria para 0,49, sendo que o seu valor limite é de 0,50 para o limite de lesão grave.

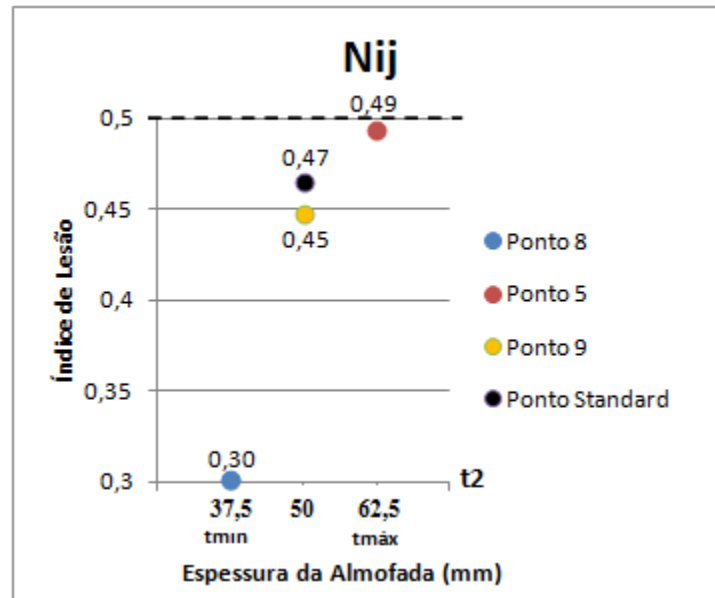


Gráfico 4 - Representação gráfica dos valores do N_{ij}

Estudando agora os índices referentes à parte inferior do corpo, nomeadamente, o KJD e o TI, tem-se para o KJD os seguintes gráficos (Gráfico 5) para as pernas esquerda e direita, respectivamente.

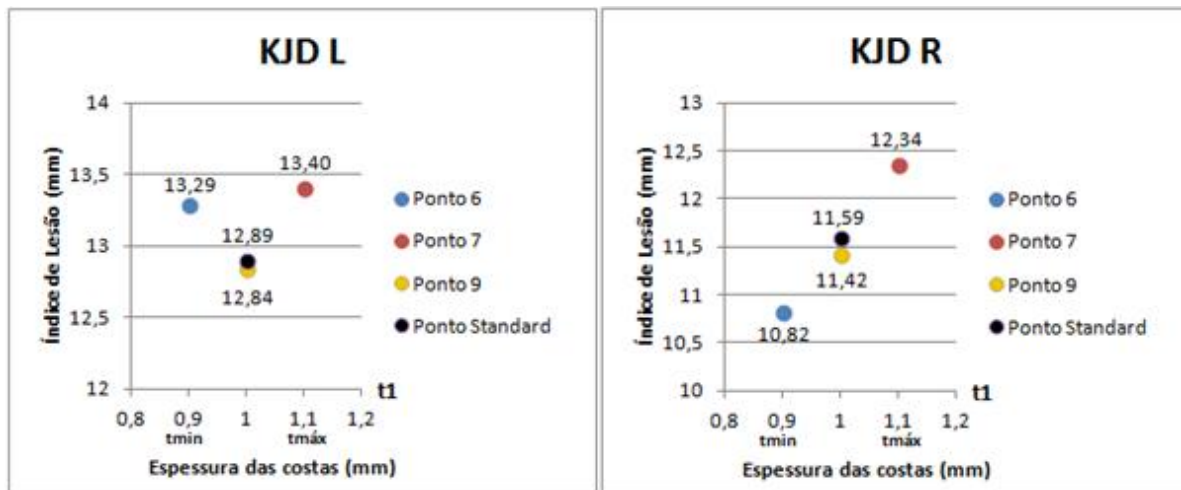


Gráfico 5 - Representação gráfica dos valores do KJD

Observando estes dois gráficos (Gráfico 5) visualiza-se que ambos os valores de referência do cenário de acolchoamento diminuem ligeiramente (11,42) face ao valor de referência (11,59). É visível em ambos os casos que quando se aumenta a espessura das costas, t_1 , o valor do índice também aumenta

para 12,34 mm, não atingindo à mesma o patamar do limite de lesão, que é neste caso o limite grave (com o valor 16). Enquanto que, quando se reduz a espessura das costas, t_1 , o critério de lesão aumenta para a perna esquerda, atingindo valores na ordem dos 13 mm, semelhante a quando se aumenta a espessura, e reduz-se a 10,8 mm para a perna direita, o que poderá advir do banco (lugar) onde o passageiro está sentado.

Por fim, surge o índice TI, para as pernas esquerda e direita, apresentado no gráfico 6.

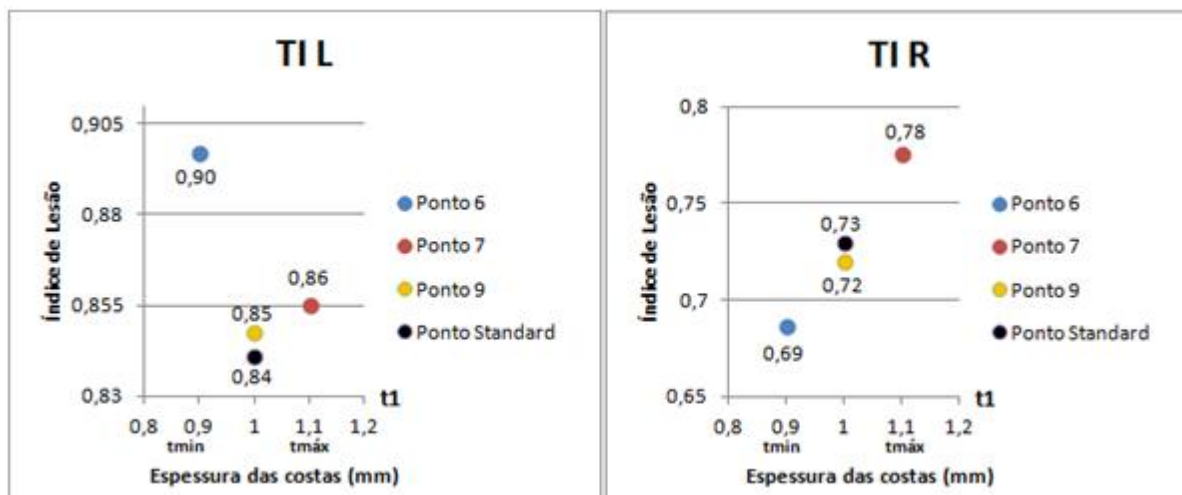


Gráfico 6 - Representação gráfica dos valores do TI

Analisando estes dois gráficos (Gráfico 6) referentes ao Índice da Tíbia, repara-se que os valores obtidos, para a perna direita é de, aproximadamente, 0,72 para o valor de referência do cenário de acolchoamento, ficando abaixo dos 0,73 aproximadamente, para o valor de referência, enquanto que, para a perna esquerda o valor de referência do cenário de acolchoamento (0,85) ultrapassou o valor de referência do cenário principal (0,84). Em relação, ao aumento da espessura t_1 , o valor do índice aumenta para os dois casos, estando dentro do limite mínimo exigido, e se diminuirmos esta mesma espessura, para a perna esquerda o índice aumenta e para a perna direita diminui, à semelhança do índice de lesão do joelho.

É de salientar que nos gráficos analisados acima foi definido que se utilizaria na sua análise a espessura da almofada t_2 para os critérios da cabeça e do pescoço, visto que alterar a espessura das costas, t_1 , não alteraria praticamente nada por não ter muita influência no impacto, ao invés para os critérios referentes às pernas, estes foram analisados com a espessura das costas, t_1 , pois tem mais influência nos seus índices, sendo que, naturalmente, a espessura da almofada, para este caso, pouco importa.

Concluindo, constata-se que o valor do HIC melhorou consideravelmente com a introdução da almofada, descendo abaixo do limite de lesão moderado. Contudo, o índice de lesão NBME aumentou significativamente ultrapassando o limite mínimo (moderado). Desta forma, conclui-se que por um lado é bom aumentar a espessura da almofada porque o HIC melhora muito, por outro é mais importante reduzir a espessura da almofada, porque o NBME diminui. É neste sentido que se irá realizar uma optimização e posteriormente, eventualmente, optar por uma relação de compromisso para escolher o ponto de projecto que forneça a “melhor solução”, nas secções referentes à análise de resultados da Frente de Pareto obtida.

4.4. TPLHD utilizando 2 variáveis

A metodologia TPLHD foi utilizada, tal como o CCD, para o desenvolvimento deste projecto. O cenário já apresentado acima requer duas variáveis de projecto, que são a espessura das costas e a espessura da almofada. Assim, o TPLHD para duas variáveis representa-se, tal como apresentado na figura 32.

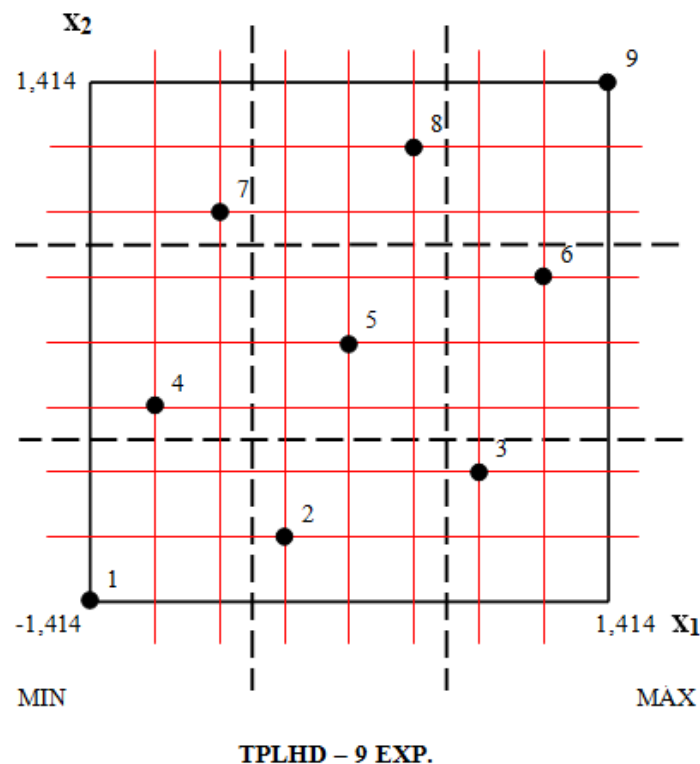


Figura 32 - Representação Gráfica: TPLHD para 2 variáveis

Sendo as variáveis X_1 e X_2 , apresentadas na figura 32, variáveis codificadas que representam a espessura das costas e a espessura da almofada, respectivamente.

Este método, tal como referido no CCD, recorre à fórmula (3.13) para verificar se o projecto tem o número mínimo de variáveis exigido para a utilização do RSM, mostrando-se apto por ter nove experiências. Pela mesma fórmula o número de coeficientes polinomiais β necessário para duas variáveis é seis.

Observa-se ainda pela figura 32 a disposição de nove sementes (pontos de projecto) bem distribuídas. A distribuição das sementes é influenciada pela sua concepção, n_s , pelo seu número de sementes, n_p , pelo número de variáveis, n_v , pelo número de blocos, n_b , que define o número de divisões grandes delimitadas pelo tracejado preto, e pelo número de divisões, n_d , que define o número de divisões da malha. A concepção das sementes pode ter uma das quatro distribuições que de seguida se apresentam na figura 33 (Viana et al., 2010).

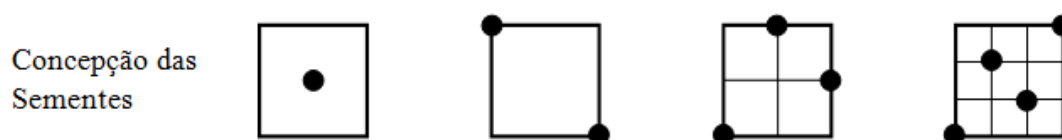


Figura 33 - Concepção das Sementes

De acordo com a escolha efectuada sobre a concepção das sementes, as sementes são assim distribuídas na malha de projecto. De seguida, escolhe-se o número de sementes a serem estudadas, n_p , e o número de variáveis, n_v , para a resolução do projecto.

De modo a construir um TPLHD, o espaço de projecto é previamente dividido num total de n_b blocos, pela fórmula (4.7), a partir do número de sementes n_p e do número de sementes da concepção n_s utilizada (Viana et al., 2010).

$$n_b = \frac{n_p}{n_s} \quad (4.7)$$

Assim, tem-se, para o caso a ser estudado, nove sementes e na concepção de sementes tem-se uma semente, que resulta em nove blocos, como se pode verificar pela tabela 18, referente às características do método.

Para finalizar resta indicar o número de divisões da malha. Este é calculado a partir da seguinte fórmula (4.8), sendo obtido o número de divisões igual a três.

$$n_d = (n_b)^{1/n_v} \quad (4.8)$$

Tabela 18 - Características da metodologia TPLHD para 2 variáveis de projecto

Características TPLHD				
<i>Nº Variáveis (n_v)</i>	<i>Nº Sementes (n_p)</i>	<i>Nº Sementes na Concepção (n_s)</i>	<i>Nº Blocos (n_b)</i>	<i>Nº Divisões (n_d)</i>
2	9	1	9	3

Em seguida, a criação da malha consegue-se através da translacção dos pontos. Esta translacção provoca o movimento das sementes para o próximo nível, que corresponde a deslocar-se $\frac{n_p}{n_d}$ níveis na horizontal, neste caso três, e um nível na vertical, como se mostra na figura 32, provocando o aparecimento de uma nova semente, de modo a preservar a propriedade dos hipercubos latinos de uma única semente por nível. Todo este processo continua até toda a malha estar preenchida (Viana et al., 2010).

Os pontos de projecto são apresentados na tabela 19.

Tabela 19 - Pontos de projecto do TPLHD para 2 variáveis de projecto

Pontos de Projecto TPLHD		
<i>Pontos</i>	<i>Variáveis Codificadas</i>	
	x_1	x_2
1	-1,414	-1,414
2	-0,3535	-1,0605
3	0,707	-0,707
4	-1,0605	-0,3535
5	0	0
6	1,0605	0,3535
7	-0,707	0,707
8	0,3535	1,0605
9	1,414	1,414

Tal como referido no subcapítulo 4.3, todas as variáveis de projecto utilizadas nos métodos DOEs são variáveis codificadas. Para tal, para se poder utilizar estas mesmas variáveis no *software* Madymo, é

necessário convertê-las em variáveis reais. Desta forma, as variáveis de projecto reais são convertidas através de regressões lineares utilizando os valores dos extremos.

Assim, a relação entre o valor das variáveis de projecto codificadas, presentes na figura 32, e as variáveis de projecto reais são apresentadas na tabela 20.

Tabela 20 - Relação entre as variáveis de projecto codificadas e reais do TPLHD para 2 variáveis

Relação entre as variáveis codificadas e reais										
x_i	-1,414	-1,0605	-0,707	-0,3535	0	0,3535	0,707	1,0605	1,414	
t_1 (mm)	0,9	0,925	0,95	0,975	1	1,025	1,05	1,075	1,1	
t_2 (mm)	37,5	40,625	43,75	46,875	50	53,125	56,25	59,375	62,5	

A técnica de meta-modelação utilizada será o RSM para a construção de meta-modelos que visam aproximar-se da resposta do modelo numérico detalhado. Para se construir os meta-modelos é preciso ter em conta a parcela referente à resposta aproximada de cada índice de lesão, dada por (3.12). Assim, deduzindo a equação (3.12) para duas variáveis, obtém-se a resposta aproximada \hat{y} (4.9).

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (4.9)$$

A matriz das variáveis codificadas D (4.10), com a dimensão $(n \times k)$, é obtida com base nos pontos de projecto, presentes na tabela 19.

$$D = \begin{bmatrix} -1,414 & -1,414 \\ -0,3535 & -1,0605 \\ 0,707 & -0,707 \\ -1,0605 & -0,3535 \\ 0 & 0 \\ 1,0605 & 0,3535 \\ -0,707 & 0,707 \\ 0,3535 & 1,0605 \\ 1,414 & 1,414 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Por sua vez, também seguindo os passos do subtópico RSM, a matriz de projecto X é assim construída com base nos elementos da matriz D , que substituindo na matriz da equação (3.14) resulta em:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1,414 & -1,414 & 1,999 & 1,999 & 1,999 \\ 1 & -0,3535 & -1,0605 & 0,125 & 1,125 & 0,375 \\ 1 & 0,707 & -0,707 & 0,499 & 0,499 & -0,499 \\ 1 & -1,0605 & -0,3535 & 1,125 & 0,125 & 0,375 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1,0605 & 0,3535 & 1,125 & 0,125 & 0,375 \\ 1 & -0,707 & 0,707 & 0,499 & 0,499 & -0,499 \\ 1 & 0,3535 & 1,0605 & 0,125 & 1,125 & 0,375 \\ 1 & 1,414 & 1,414 & 1,999 & 1,999 & 1,999 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

De seguida, resta calcular o vector dos coeficientes desconhecidos β para cada índice de lesão, representado pela fórmula (3.16), através da função *lsqcurvefit* do Matlab.

Por fim, tal como para o CCD, pode obter-se a resposta aproximada na forma matricial utilizando a equação (3.17).

4.4.1. Meta-modelo criado a partir do TPLHD

Na tabela 21 são apresentados a média do erro relativo referente a cada índice de lesão para todos os pontos e o erro relativo para o ponto central (0,0).

Tabela 21 - Erro Relativo para o TPLHD utilizando 2 variáveis

Erro das Funções nos DOE – TPLHD: N = 9										
Pontos		A3ms	HIC	Nij	Chest	VC	KJD L	KJD R	Tibia Load L	Tibia Load R
0	0	-38,99%	7,75%	-5,58%	1,80%	-79,81%	0,16%	-0,15%	5,50%	1,80%
TPLHD		MED.	5,83%	0,22%	0,13%	0,04%	11,63%	0,00%	0,00%	0,63%

Fazendo uma análise semelhante ao CCD, analisando a tabela 21 (resumida), verifica-se que no método TPLHD, a média dos valores do erro relativo referentes aos índices de lesão mais significativos não apresentam uma grande discrepância entre os valores do meta-modelo e os valores do Madymo, nomeadamente, o índice de lesão referente à cabeça, HIC, tem um erro de 0,22%, o

A3ms tem um erro significativo de 5,83%, embora não seja relevante, porque ambos os índices obtidos, pelo Matlab e pelo Madymo, estão abaixo do valor limite a uma distância considerada confortável, o índice referente ao pescoço N_{ij} é 0,13%, e o valor do erro referente ao índice de lesão do deslocamento da articulação do joelho é também, tal como o CCD, de 0,00%, sendo que, o índice que apresenta maior discrepância é o VC com 11,63%, não sendo crítico por este não se aproximar do limite moderado nem ser uma ameaça para a vida humana. Todos os outros índices de lesão fornecem resultados bastante aceitáveis no que diz respeito às aproximações conseguidas pelo meta-modelo em relação ao Madymo.

Analizando agora os valores do erro relativo, dos mesmos índices de lesão, para os valores de referência do acolchoamento, ponto central (0,0), observa-se que o HIC tem 7,75% de discrepância entre o meta-modelo e os valores numéricos obtidos pelo Madymo, já para o índice de lesão A3ms o erro é, em módulo, de 38,99% e para o N_{ij} há um desvio de 5,58%, também em módulo, sendo que para o deslocamento da articulação do joelho, KJD, não vai além dos $\pm 0,2\%$. Abordando o valor referente ao índice VC tem-se, em módulo, para o ponto de referência, 79,81%, o que significa que, para o ponto de referência (0,0), os meta-modelos criados pelo meta-modelo mal se aproximam da resposta do modelo numérico.

Assim, verifica-se que o método TPLHD é razoável para a construção de superfícies de resposta porque fornece resultados razoáveis, tendo em alguns pontos de projecto aproximações muito boas, mas para outros, como, por exemplo, o ponto de referência (0,0), aproximações muito fracas, em relação ao respectivo valor obtido pelo Madymo. Desta forma, o meta-modelo fornece resultados razoáveis, dependendo do ponto de projecto a ser estudado.

É de referir que os valores de todos os pontos do TPLHD encontram-se na tabela B2 (em anexo).

4.5. Formulação do problema de optimização

A optimização é um processo matemático que permite optimizar o projecto, minimizando-o ou maximizando-o com base em funções matemáticas, e encontrando as melhores soluções de projecto procurando-as nas aproximações fornecidas pelos meta-modelos até encontrar as soluções óptimas do modelo detalhado.

Assim, um problema de optimização envolve os seguintes passos:

1. Definição das variáveis de projecto;
2. Definição da função objectivo;
3. Definição de todas as restrições do projecto.

Um problema de optimização pode ser formulado matematicamente da seguinte forma standard:

$$\begin{aligned}
 & \text{MIN} && f(\mathbf{x}) \\
 & \text{Sujeito a} && g_j(\mathbf{x}) \leq 0 && ; j = 1, \dots, m \\
 & && h_k(\mathbf{x}) = 0 && ; k = 1, \dots, p \\
 & && x_i^l \leq x_i \leq x_i^u && ; i = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Onde $f(\mathbf{x})$ é a função objectivo, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ é o vector das n variáveis de projecto, $g_j(\mathbf{x})$ e $h_k(\mathbf{x})$ são as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente, e x_i^l e x_i^u são os limites inferior e superior das variáveis de projecto (x_i).

O problema dos acidentes ferroviários, nomeadamente a segurança passiva dos passageiros, é estudado através de melhorias implementadas no interior das carruagens. Este problema é um problema de optimização multicritério, em que cada critério de lesão representa uma função de resposta que depende das variáveis de projecto a serem estudadas. Ao minimizar todos os critérios, a solução do problema não é única, devendo no entanto escolher-se a solução que ultrapasse potenciais conflitos de respostas, sabendo que num projecto desta natureza é impossível conseguir diminuir todos os índices de lesão (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016; Carvalho et al., 2017).

Para tal, em primeiro lugar, foi utilizado o Método da Soma Ponderada, que consiste em construir uma função objectivo que é a soma ponderada dos diferentes índices de lesão, tendo em conta a sua importância relativamente ao projecto. No entanto, para se obter a Frente de Pareto, a utilização dos algoritmos genéticos é mais versátil na obtenção de soluções, que se abordará mais à frente (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016; Carvalho e Ambrosio, 2010).

4.5.1. Método da Soma Ponderada

O método da soma ponderada é utilizado para construir uma única função objectivo composta de cada critério de lesão (são 17 critérios) que se pretenda minimizar. A importância deste mesmo critério de lesão é definida através de pesos w_i , positivos ($w_i > 0$), e o somatório dos pesos dos índices de lesão tem de ser igual a 1, como mostra a fórmula seguinte (Carvalho et al., 2017):

$$\sum_{i=1}^{17} w_i = 1 \text{ e } w_i > 0 \tag{4.14}$$

Esta importância, refere-se à proximidade do índice de lesão dos valores limite, presentes na tabela 1, e é pontuada através dos valores apresentados na tabela 22, discriminados para cada limite de lesão (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016).

Tabela 22 - Escala da pontuação definida para cada limite de lesão

Pontuação para cada Limite de Lesão	
4	Moderado
9	Grave
16	Muito Grave

Assim, considerando a tabela 12, os critérios de lesão são dimensionados através de interpolações lineares dos valores de referência de acolchoamento em relação ao intervalo definido pelos seus valores limite (Carvalho, Milho, Ambrosio e Ramos, 2016) resultando na seguinte tabela 23.

Tabela 23 - Pesos para os critérios de lesão

Critério de Lesão	Pesos w_i (%)		
Aceleração Resultante da Cabeça (3ms)	0,83		
HIC15	5,07	5,45	
Força Axial do Pescoço	1,58		
Força de Corte do Pescoço	5,96	6,40	
Momento de Flexão do Pescoço na Flexão	3,68		
Momento de Flexão do Pescoço na Extensão	15,16	16,28	25,68
Lesão do Pescoço N_{ij}	16,27	17,47	27,57
Deflexão do Peito Relativamente à Coluna	0,04		
VC	0,01		
Deslocamento da Articulação do Joelho (esquerdo)	14,59	15,67	24,73
Deslocamento da Articulação do Joelho (direito)	13,00	13,95	22,02
Carga Uniaxial do Fémur (esquerdo)	5,74	6,16	
Carga Uniaxial do Fémur (direito)	4,67	5,01	
Índice da Tíbia (esquerda)	6,85	7,36	
Índice da Tíbia (direita)	5,82	6,25	
Carga Axial da Tíbia (esquerda)	0,30		
Carga Axial da Tíbia (direita)	0,43		

Desta forma, a função objectivo pode ser então obtida por:

$$F = \sum_{i=1}^{17} w_i \hat{y}_i(x_1, x_2) \quad (4.15)$$

Em que, \hat{y}_i é a função de resposta aproximada de cada índice de lesão.

Da tabela 23, verifica-se que utilizando, então, o método da soma ponderada para os valores de referência do cenário de acolchoamento, seguindo todos os passos acima mencionados obtém-se quatro critérios de lesão com, sensivelmente, os mesmos pesos. Os quatro critérios seleccionados pelo método da soma ponderada são o KJD, para as pernas esquerda e direita, o NBME e o N_{ij} . Assim, a função objectivo pode ser então obtida por:

$$F = \sum_{i=1}^4 w_i \hat{y}_i(x_1, x_2) \quad (4.16)$$

Em que, \hat{y}_i é a função de resposta aproximada de cada índice de lesão.

No entanto, o índice de lesão referente à cabeça, HIC, não está contabilizado nos quatro principais índices de lesão a serem estudados. Como no cenário de referência inicial, o principal critério era o HIC, pois era o único a ultrapassar o limite moderado, decidiu-se por bem incluir no problema de optimização este índice de lesão, tendo sido também abordado outro método para o resolver, descrito na secção seguinte.

4.5.2. Algoritmo genético de optimização multi-objectivo

Os algoritmos de optimização multi-objectivo são muito bons para estudar problemas multicritério, sendo muito versáteis em obter diversas soluções, i.e., obter a Frente de Pareto. A Frente de Pareto também pode ser obtida pelo método da soma ponderada, embora não será utilizado por ser um processo muito demorado. Assim, para se conseguir obter uma Frente de Pareto, utilizar-se-á o algoritmo genético multi-objectivo que é implementado usando o NSGA-II, através da função *gamultiobj* do Matlab (Carvalho et al., 2017).

Para este problema de optimização multi-objectivo foram então utilizados dois índices de lesão para a sua resolução, o HIC e o NBME, por se revelarem ser os mais importantes e significativos para o estudo em causa.

Assim, para o seu funcionamento, é pré-definido um número de gerações, que são consideradas suficientes para caracterizar um grupo de amostras (indivíduos) para o qual o algoritmo pára após a execução de todas as gerações (Carvalho et al., 2017).

A grande diferença reside no número de pontos obtidos numa análise. Para o método da soma ponderada obtém-se uma solução da Frente Pareto de cada vez, enquanto que para o algoritmo genético multi-objectivo (NSGA-II) obtêm-se várias soluções de uma só vez, em que, como será explicado mais adiante, terá de se escolher uma solução através de uma relação de compromisso. No entanto, na função *gamultiobj* do Matlab, referente ao algoritmo genético, não se podem implementar restrições não-lineares, terão, assim, de ser verificados os restantes índices de lesão, que não estão a ser considerados nas funções objectivo, porque ao conseguir minimizar um critério de lesão poderá comprometer os restantes (Carvalho et al., 2017), enquanto que na função *fmincon* do Matlab, referente à função utilizada com o método da soma ponderada, podem implementar-se restrições não-lineares.

4.5.2.1. Análise da Frente de Pareto utilizando o CCD na definição do meta-modelo

Após a análise da tabela 17, já efectuada na secção 4.3.2, constata-se que, após a introdução destas variáveis de projecto, principalmente da almofada, o índice de lesão HIC foi minimizado, tal como pretendido, contudo o NBME, que se encontrava abaixo do limite mínimo de lesão, ultrapassou-o, tornando-se crítico. Assim, os índices escolhidos foram o HIC e o NBME, apresentados e comparados no mesmo gráfico 7.

Para a utilização do algoritmo genético para a obtenção da Frente de Pareto serão utilizadas, para este método e para o TPLHD, as seguintes características, implementadas no programa Matlab (Carvalho et al., 2017):

- O número de conjuntos de variáveis de projecto aqui utilizadas equivale a 15 vezes o número de variáveis de projecto, para este caso 30;
- A reprodução é feita por cruzamento dispersado com uma taxa de 95%;
- A taxa de migração é de 5%;
- A mutação introduzida é implementada para fornecer a diversidade genética, permitindo uma pesquisa num espaço de projecto mais abrangente;
- A fracção da população de Pareto é 35%, para manter a diversidade da população;

- O critério de paragem é o número de gerações atingido, que equivale a 1000 vezes o número de variáveis de projecto, ou seja, 2000.

Com base nestas características, obtemos o gráfico 7, estando os pontos da Frente de Pareto dos índices aproximados representados a cheio.

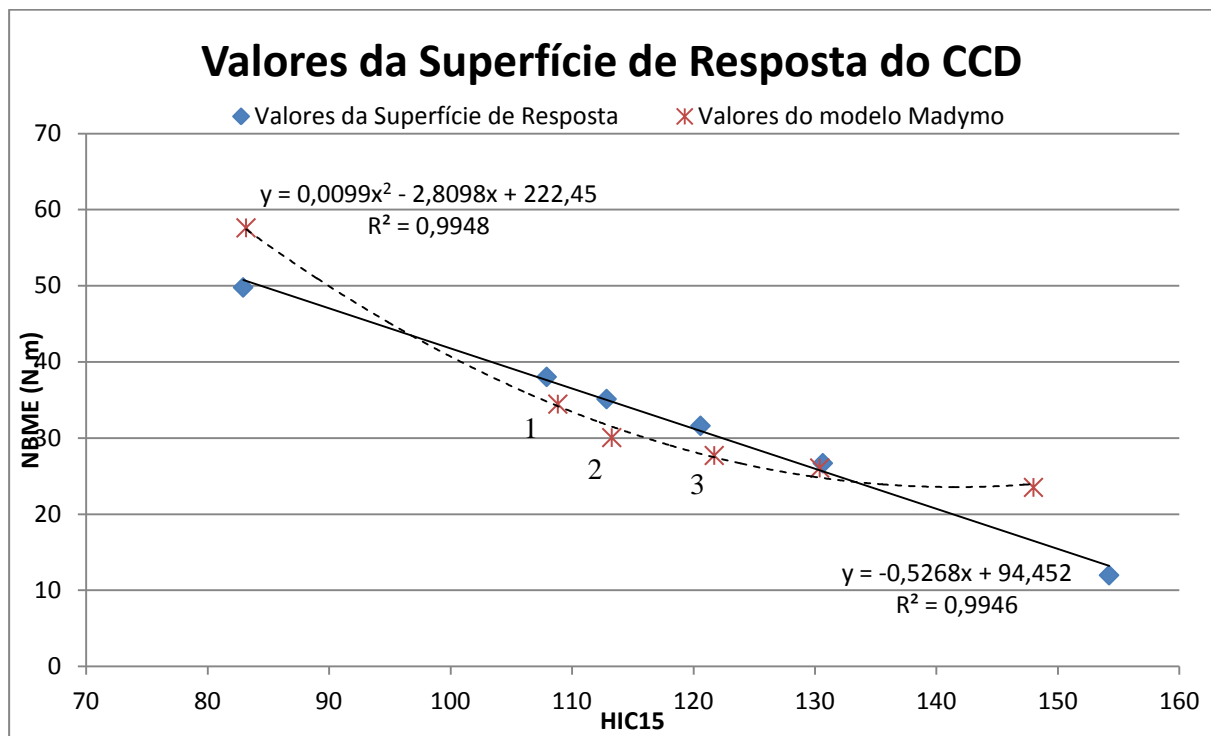


Gráfico 7 - Valores da superfície de resposta do CCD

Observando o gráfico 7, que relaciona os dois índices de lesão, verifica-se, através da linha de tendência, que existem três soluções ótimas, tanto para o HIC como para o NBME. Após a apreciação dos valores do gráfico, optou-se por uma relação de compromisso entre estes dois para a escolha da solução ótima, tentando satisfazer os dois índices de lesão, optando por uma solução que seja favorável a ambos os critérios.

Deste modo, analisando as três soluções ótimas possíveis, com base nos valores dos seus índices de lesão tem-se uma solução com 108,84 de valor de HIC e de 34,44 N.m para NBME (1), tem-se outra com 113,28 para o HIC, correspondendo a 30,05 N.m de NBME (2) e, por fim, tem-se ainda outra com 121,72 para o valor do índice de lesão respectivo à cabeça e com 27,70 N.m para o momento de flexão do pescoço na extensão (3). Embora todas estas sejam possíveis, começou-se por descartar a solução (108,84;34,44), por estar muito próximo do valor limite deste último índice, apesar de ter ainda alguma distância para o primeiro. De seguida, elimina-se também a solução com o ponto

(113,28;30,05) por estar mais próximo do limite do HIC, ainda que longe, porém o NBME está ainda mais afastado, quando comparado com o primeiro. Por fim, escolhe-se a solução (121,72;27,70), definida como solução ótima do projecto, com 0,9044 mm para a espessura das costas (t_1) e 44,515 mm para a espessura da almofada (t_2), por estar longe do limite de lesão do NBME e, também, do HIC, encontrando-se também todos os outros critérios de lesão dentro dos seus respectivos limites de lesão.

Assim, apresenta-se na Tabela 24 os respectivos valores referentes ao ponto obtido (solução ótima) e ao ponto de referência do acolchoamento (valor de ref. acolchoamento), comparando-o através do desvio relativo, tendo um aumento de 29,19% do valor de HIC relativo ao cenário de acolchoamento de referência, e apresenta uma diminuição de 48,86% para o índice de lesão referente ao momento de flexão do pescoço na extensão (NBME).

Tabela 24 - Comparação da solução ótima com o valor de referência de acolchoamento através do desvio relativo para o CCD

Região do Corpo	Critério de Lesão	Solução Ótima	Valor de Ref. Acolchoamento	Desvio Relativo (%)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms) [m/s ²]	84,458	79,776	5,87%
	HIC15	121,7	94,2	29,19%
Pescoço	Força Axial do Pescoço [N]	602,7	537,8	12,07%
	Força de Corte do Pescoço [N]	1353,74	1399,98	-3,30%
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão [N.m]	37,71	39,99	-5,70%
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão [N.m]	27,70	54,16	-48,86%
	Lesão do Pescoço N_{ij}	0,25	0,45	-44,44%
Tórax	Deflexão do Peito Relativamente à Coluna [mm]	0,20	0,22	-9,09%
	VC	0,00035	0,00031	12,90%
Parte Superior da Perna (*)	Deslocamento da Articulação do Joelho [mm]	13,3/10,8	12,8/11,4	3,91%/-5,26%
	Carga Uniaxial do Fémur [N]	2833/2318	2835/2306	-0,07%/0,52%
Parte Inferior da Perna (*)	Índice da Tíbia	0,90/0,68	0,85/0,72	5,88%/-5,56%
	Carga Axial da Tíbia [N]	160/143	146/215	9,59%/-33,49%

(*) Valores para as pernas esquerda/direita

4.5.2.2. Resultados da Frente de Pareto para o TPLHD

Com base na análise, indicada na secção 4.3.2, verificou-se que os índices a serem estudados eram o HIC e o NBME, pois o primeiro era o único crítico e o segundo passou a ser crítico aquando da minimização do HIC. Assim, os índices escolhidos foram o HIC e o NBME, apresentados e comparados no gráfico 8.

As características para a implementação deste algoritmo genético em Matlab apresentam-se já descritas na secção anterior. Com base nestas características, obtemos o gráfico 8, abaixo representado.

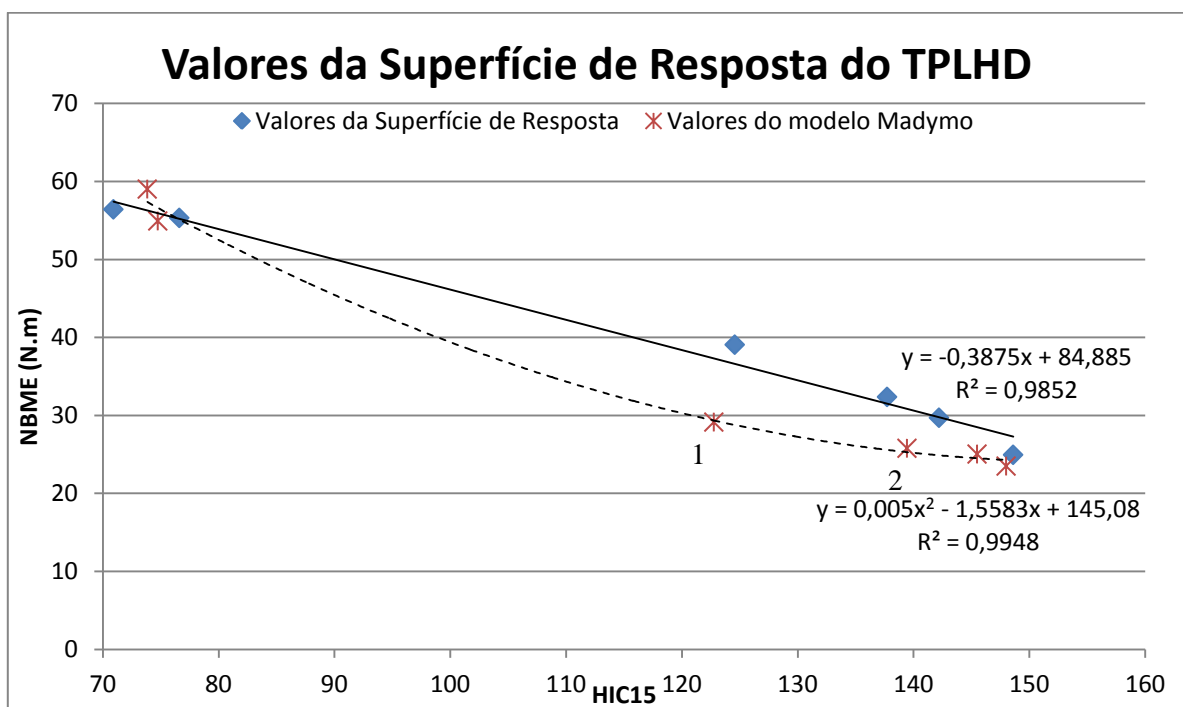


Gráfico 8 - Valores da superfície de resposta do TPLHD

Observando o gráfico 8, que relaciona os dois índices de lesão, verifica-se, através da linha de tendência, que existem duas soluções ótimas, tanto para o HIC como para o NBME. Após a análise dos valores do gráfico, optou-se por uma relação de compromisso entre estes dois para a escolha da solução óptima, tentando satisfazer os dois índices de lesão.

Deste modo, fazendo uma análise semelhante à que foi feita para o CCD, analisando as duas soluções ótimas possíveis com base nos valores dos seus índices de lesão, tem-se uma primeira solução com 139,44 de valor de HIC e de 25,78 N.m para NBME (2) e obteve-se outra com 122,76 para o HIC, correspondendo a 29,14 N.m de NBME (1). Embora estas duas sejam possíveis, descartou-se a

solução (139,44;25,78), por estar muito próximo do valor limite do primeiro índice, apesar de haver ainda alguma distância para o segundo. Escolheu-se, assim, a solução (122,76;29,14), definida como solução ótima do projecto, com 0,9096 mm para a espessura das costas (t_1) e 44,485 mm para a espessura da almofada (t_2), por estar longe do limite de lesão do NBME e, também, do HIC, encontrando-se também todos os outros critérios de lesão dentro dos seus respectivos limites de lesão.

Assim, apresenta-se na Tabela 25 os respectivos valores referentes à solução ótima e ao valor de referência do acolchoamento, comparando-o através do desvio relativo, com o intuito de analisar se houve melhorias e se as expectativas foram realmente atingidas.

Tabela 25 - Comparação da solução ótima com o valor de referência de acolchoamento através do desvio relativo para o TPLHD

Região do Corpo	Critério de Lesão	Solução Ótima	Valor de Ref. Acolchoamento	Desvio Relativo (%)
Cabeça	Aceleração Resultante da Cabeça (3ms) [m/s ²]	83,157	79,776	4,24%
	HIC15	122,8	94,2	30,36%
Pescoço	Força Axial do Pescoço [N]	605,4	537,8	12,57%
	Força de Corte do Pescoço [N]	1369,09	1399,98	-2,21%
	Momento de Flexão do Pescoço na Flexão [N.m]	37,74	39,99	-5,63%
	Momento de Flexão do Pescoço na Extensão [N.m]	29,14	54,16	-46,20%
	Lesão do Pescoço N_{ij}	0,25	0,45	-44,44%
Tórax	Deflexão do Peito Relativamente à Coluna [mm]	0,20	0,22	-9,09%
	VC	0,00035	0,00031	12,90%
Parte Superior da Perna ^(*)	Deslocamento da Articulação do Joelho [mm]	13,28/10,84	12,8/11,4	3,75%/-4,91%
	Carga Uniaxial do Fémur [N]	2830/2317	2835/2306	-0,18%/0,48%
Parte Inferior da Perna ^(*)	Índice da Tíbia	0,90/0,68	0,85/0,72	5,88%/-5,56%
	Carga Axial da Tíbia [N]	151/154	146/215	3,43%/-28,37%

^(*) Valores para as pernas esquerda/direita

Constata-se que ambas as metodologias obtêm boas soluções, contudo é curioso reparar que a introdução da almofada, utilizada para minimizar o HIC era inevitável. No entanto, esta superfície mais flexível demonstrou que para o índice NBME produzia resultados insatisfatórios. Esta superfície acolchoada acaba por ser utilizada, no entanto, quase com a espessura mínima, pois para o HIC uma espessura de almofada standard (50 mm) faz com que este se reduza, notavelmente, de 230 para 94, enquanto que o NBME aumentaria com esta variável de 18 para 54 N.m, ultrapassando o limite mínimo de lesão moderado. Assim, como o limite para o HIC é de 150, ainda temos alguma margem de manobra, daí o valor da espessura da almofada, para os dois métodos, ser inferior à espessura standard, com 44,52 mm para o CCD e com 44,49 mm para o TPLHD, sendo que, para a espessura das

costas é de 0,90 e de 0,91 mm, respectivamente, tendo sido escolhida a mesma solução, ou seja, ambos os métodos conduziram ao mesmo resultado.

5. Conclusão

Esta dissertação teve como base um cenário de uma carruagem ferroviária com uma disposição de bancos em linha, previamente desenvolvido e implementado em ambiente Madymo. Este cenário, utilizado para estudar a segurança passiva dos passageiros, tem como principal problema o tempo computacional gasto das análises numéricas, sendo, assim, o seu principal custo. Neste seguimento, propôs-se o estudo (e desenvolvimento) de novas metodologias que visam melhorar a segurança passiva dos ocupantes de veículos ferroviários durante a colisão.

Assim, foram abordadas novas metodologias para complementar o estudo deste cenário no sentido de verificar se existem mais metodologias capazes de aproximar este modelo numérico através de meta-modelos. Foram então aplicadas duas metodologias para a construção de um meta-modelo, previamente construído a partir do CCD, o BBD e o *Koshal*. Conclui-se que os meta-modelos construídos a partir dos pontos BBD, tal como o CCD, conseguem fornecer boas aproximações dos valores dos índices de lesão nos seus pontos de projecto. O método *Koshal* revelou-se inconclusivo, não obtendo resultados muito concretos. Posteriormente, verificou-se que já não se conseguia obter mais melhorias no cenário de referência, optando-se por realizar modificações no mesmo, acrescentando-lhe uma superfície mais flexível (almofada) e variando algumas espessuras, na tentativa de minimizar as lesões nos ocupantes. Esta superfície mais flexível, colocada no quadro superior do banco da frente, permite a absorção de energia pelo banco durante o impacto, para que o passageiro em caso de acidente não embata directamente com a estrutura do banco, diminuindo a gravidade do seu impacto.

Foram utilizadas duas metodologias das estudadas anteriormente, o CCD e o TPLHD, para a construção dos meta-modelos do modelo de acolchoamento. Estas duas metodologias escolhidas e desenvolvidas para o caso de estudo apresentado nesta dissertação, revelaram, no caso do CCD, conseguirem aproximar-se bem dos valores dos índices de lesão obtidos pelo modelo numérico, através dos meta-modelos criados com os respectivos pontos de projecto desta metodologia, enquanto que para o TPLHD não foi tão satisfatório estas mesmas aproximações.

Pela análise numérica, verifica-se que a introdução da almofada consegue diminuir o índice de lesão da cabeça, HIC, considerado o mais importante, que se encontrava acima do limite de lesão moderado, passando a ficar abaixo deste limite. Este objectivo foi conseguido, mas para tal comprometeu-se o valor do NBME, aumentando-o para valores acima do limite de lesão estabelecido.

Posteriormente para se poder escolher a solução óptima é necessário definir o problema da segurança passiva dos passageiros, formulando-o como um problema de optimização multicritério, em que cada índice de lesão representa uma função de resposta dependente das variáveis de projecto. Estes tipos de problemas geram muitas soluções, das quais poderão existir várias soluções consideradas óptimas.

Neste sentido, será feita uma escolha da solução que melhor se adequa, de entre muitas possíveis da Frente de Pareto, com base numa relação de compromisso. A relação de compromisso tem em conta os respectivos valores de cada índice de lesão para cada solução, escolhendo aqueles que serão mais vantajosos para o problema, mas nunca ultrapassando os limites de lesão estabelecidos.

Em suma, as metodologias estudadas apresentaram resultados satisfatórios, mostrando serem capazes de criar meta-modelos, com base nos seus respectivos pontos de projecto, que se aproximam bem dos modelos numéricos, implementados no Madymo. Na optimização também surgiram resultados bastante aceitáveis, com base nos pontos de projecto das respectivas metodologias, tendo sido obtidas soluções semelhantes para o CCD, com o aumento do HIC em 29,19% em relação ao cenário de referência do acolchoamento e uma diminuição de 47,06% em relação ao cenário de referência (sem acolchoamento). Para o índice de lesão NBME, obteve-se uma diminuição de 48,86% em relação ao cenário de referência do acolchoamento e aumentando 53,55% face ao cenário de referência standard, estando abaixo dos respectivos limites de lesão estabelecidos.

Procedendo de igual forma para o TPLHD, tem-se um aumento do HIC de 30,36% em relação ao cenário de referência do acolchoamento e uma diminuição de 46,59% em relação ao cenário de referência (sem acolchoamento). Em relação ao índice de lesão NBME, obteve-se uma diminuição de 46,20% em relação ao cenário de referência do acolchoamento e aumentando 61,53% face ao cenário de referência standard, estando abaixo também dos respectivos limites de lesão estabelecidos.

Como desenvolvimentos futuros a esta dissertação apresentam-se como sugestões a utilização de outras variáveis de projecto, tais como a introdução de partes fusíveis na estrutura tubular, a utilização de outras técnicas de meta-modelação capazes de aproximar, o melhor possível, o meta-modelo à resposta do modelo numérico e a exploração de diferentes técnicas de optimização.

Referências Bibliográficas

- Buljak, V., Garbowski, T. (2013). *Efficient methods for optimal space filling in model reduction techniques*. Poznan: Computer Methods in Mechanics.
- Carvalho, M., Ambrosio, J. (2010). *Identification of multibody vehicle models for crash analysis using an optimization methodology*. 24:325. DOI: 10.1007/s11044-010-9221-z
- Carvalho, M., Milho, J., Ambrosio, J. (2011). *Railway Occupant Injury Biomechanics for Inline Seating*. Bruxelas: MULTIBODY DYNAMICS 2011, ECCOMAS Thematic Conference.
- Carvalho, M., Milho, J., Ambrosio, J. (2012). *Improvement of the Railway Coach Interior Occupant Protection*. Stuttgart: The 2nd Joint International Conference on Multibody System Dynamics.
- Carvalho, M., Milho, J., Ambrosio, J. (2016). "Identification of the Optimal Railway Vehicle Interior Model for Passive Safety Improvement" in Pombo, J. (Editor). *Proceedings of the Third International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*. Civil-Comp Press: Stirlingshire, UK, Paper 313, 2016. doi: 10.4203/ccp.110.313.
- Carvalho, M., Milho, J., Ambrosio, J. (2017). *Multi-objective optimisation of railway vehicle seating design for passive safety improvement*. Lisboa.
- Carvalho, M., Milho, J., Ambrosio, J. e Ramos, N. (2016). "Railway occupant passive safety improvement by optimal design". *International Journal of Crashworthiness*. doi:10.1080/13588265.2016.1221332.
- Cavazzuti, M. (2013). *Optimization Methods From Theory to Design Scientific and Technological Aspects in Mechanics*. (3ª Ed.). Berlim: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- d'Ippolito, R., Stevens, J., Pachidis, V., Berta, A., Goulos, I., Rizzi, C. (2010). *A Multidisciplinary Simulation Framework for Optimization of Rotorcraft Operations and Environmental Impact*. Lisboa: 2nd International Conference on Engineering Optimization.
- Ferreira, S. L. C., Bruns, R.E., da Silva, E.G.P., dos Santos, W.N.L., Quintella, C.M., David, J.M., de Andrade, J.B., Breitzkreitz, M.C., Jardim, I.C.S.F., Neto, B.B. (2007b). "Statistical designs and response surface techniques for the optimization of chromatographic systems". *Journal of Chromatography A*. 1158. p. 2–14.
- Ferreira, S. L. C., Bruns, R.E., Ferreira, H.S., Matos, G.D., David, J.M., Brandão, G.C., da Silva, E.G.P., Portugal, L.A., dos Reis, P.S., Souza, A.S., dos Santos, W.N.L. (2007a). "Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods". *Analytica Chimica Acta*. 597. p. 179–186.
- Freitas, A. M. M., Silva, D. P., Amorim, D. C. R., Cruz, F. M. T., Lopes, G. F. T. (2010). *Os Comboios de Passageiros em Portugal*. Porto: Faculdade de Engenharia – Universidade do Porto.
- Giunta, A. A. (1997). *Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design Of Experiments Theory And Response Surface Modeling Methods*. Blacksburg: Faculty Of Virginia Polytechnic Institute And State University.
- Gunst, R. F. e Mason, R. L. (2009). "Fractional factorial design". *WIREs Comp Stat*. John Wiley & Sons, Inc.. volume 1. p. 234-244.
- Ibrahim, H. K. (2009). *Design Optimization of Vehicle Structures for Crashworthiness Improvement*. Montreal: Concordia University.

Kleiven, S. (2007). *A Parametric Study of Energy Absorbing Foams for Head Injury Prevention*. Proc. ESV 2007, 20th Enhanced Safety of Vehicles Conference, Lyon, France. Paper No. 07-0385-O.

Ku, J. (2007). *A Hybrid Optimization Scheme For Helicopters With Composite Rotor Blades*. Georgia: School of Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology.

Lophaven, S. N., Nielsen, H. B. e Søndergaard, J. (2002). *DACE - A MATLAB Kriging Toolbox*. Version 2.0. Denmark: Technical University of Denmark.

MADYMO (2004). *Madymo Manuals*. version 6.2.1. Delft (The Netherlands): TNO MADYMO BV.

McHenry, G. B. (2004). *Head injury criterion and the ATB*. ATB Users' Group. pp. 5-8.

Myers, R. H., Montgomery, D. C. (2002). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, Inc.

Myers, R. H., Montgomery, D. C., Anderson-Cook, C. M. (2009). *Response Surface Methodology*. Canadá: John Wiley & Sons, Inc.

Park, S. H., Kim, H. J., Cho, J.-I. (2003). *Optimal Central Composite Designs for Fitting Second Order Response Surface Regression Models*. Basic Research Program of the Korea Science & Engineering Foundation.

Philippens, M., Nieboer, J. J., Wismans, J. (1991). *An Advanced Database of the 50th Percentile Hybrid III Dummy*. SAE Paper 910813. Detroit: SAE Int. Congress and Exposition.

Rathi, A. K., Chakraborty, A. (2014). *Adaptive Response Surface based FE Model Updating for Operational Modal Analysis of RC Road Bridge*. 4th Optimization & Stochastic Days, Bangalore.

Ryberg, A.-B., Bäckryd, R. D. e Nilsson, L. (2012), *Metamodel-Based Multidisciplinary Design Optimization for Automotive Applications*, Linköping: Linköping University, Division of Solid Mechanics.

SAFEINTERIORS (2006). *Train Interior Passive Safety for Europe*: European Project TST5-CT-2006-031260.

SAFEINTERIORS (2008a), "Identify Suitable Criteria". *Train Interior Passive Safety for Europe*. Bruxelas: Project Report Workpackage No. 3.1.3.

SAFEINTERIORS (2008b), "Pulse Construction". *Train Interior Passive Safety for Europe*. Bruxelas: Project Report Workpackage No. 2.5.2.

SAFEINTERIORS (2010). "Analysis cantilever behaviour on dynamic test". *Train Interior Passive Safety for Europe*: Technical report, Doc 106813272_SAFEINTERIORS, CIDAUT.

Simpson, T. W., Peplinski, J. D., Koch, P. N. e Allen, J. K. (2001). "Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations". *Engineering with Computers 17*. Springer-Verlag London Limited. p.129–150.

Teófilo, R. F. e Ferreira, M. M. C. (2006). *Quimiometria II: planilhas eletrônicas para cálculos de planejamentos experimentais, um tutorial*. São Paulo: Química Nova. vol.29 no.2.

Triefenbach, F. (2008). *Design of Experiments: The D-Optimal Approach and Its Implementation As a Computer Algorithm*. Umea: Umea University Department of Computing Science.

Viana, F. A. C. (2008). *Surrogate Modeling Techniques And Heuristic Optimization Methods Applied To Design And Identification Problems*. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica.

Viana, F. A. C. (2015). *A Tutorial on Latin Hypercube Design of Experiments*. Quality and Reliability Engineering International. Wiley Online Library.

Viana, F. A. C., Venter, G. e Balabanov, V. (2010). “An algorithm for fast optimal Latin hypercube design of experiments”. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*. *Int. J. Numer. Meth. Engng* 82. p.135–156.

Wiebenga, J. H. (2014). *Robust Design And Optimization Of Forming Processes*. Enschede: Ipskamp Drukkers B.V.

Anexos

Tabela A1

Erro das Funções nos DOE – CCD: N = 15																			
Pontos			A3ms	HIC	NAF	NSF	NBME	NBMF	NI	DCRS	VC	KJD L	KJD R	FUL L	FUL R	TI L	TI R	TAL L	TAL R
0	0	0	4,35%	-0,48%	-0,04%	-0,46%	-1,70%	-0,45%	3,99%	-13,79%	13,47%	-0,12%	0,04%	-0,01%	-0,02%	0,77%	1,47%	2,21%	5,99%
1,682	0	0	-17,73%	1,76%	0,95%	0,13%	8,08%	1,06%	-18,98%	91,75%	-29,41%	0,29%	0,02%	0,18%	-0,17%	-7,24%	-8,98%	-9,67%	-24,25%
-1,682	0	0	4,07%	0,91%	-0,77%	2,77%	1,80%	1,64%	11,97%	-3,60%	12,27%	0,40%	-0,28%	-0,12%	0,30%	4,43%	2,59%	0,00%	16,40%
0	1,682	0	-6,55%	0,23%	-2,32%	1,79%	1,57%	-2,83%	-1,93%	60,25%	-28,81%	0,73%	-0,54%	-0,31%	-0,31%	-1,08%	-5,10%	11,16%	-9,36%
0	-1,682	0	-15,28%	2,58%	2,92%	1,08%	7,85%	7,00%	-20,44%	31,30%	-34,93%	-0,04%	0,27%	0,38%	0,43%	-3,34%	-3,55%	-27,15%	-26,97%
0	0	1,682	-9,84%	-0,39%	-1,86%	-1,30%	0,30%	0,36%	-6,55%	-1,16%	-27,56%	0,07%	-0,56%	0,15%	-1,34%	-3,18%	-2,09%	-27,79%	-14,03%
0	0	-1,682	-13,89%	3,44%	2,22%	4,42%	6,47%	2,22%	-18,38%	80,24%	-42,04%	0,60%	0,37%	-0,10%	1,51%	-1,21%	-6,64%	-5,78%	-22,02%
1	1	1	12,25%	-0,44%	1,73%	0,40%	-2,36%	0,30%	6,70%	-3,88%	38,73%	-0,25%	0,47%	0,00%	0,83%	3,96%	5,46%	-1,67%	23,25%
-1	1	1	-1,15%	1,12%	2,03%	-0,20%	2,16%	2,15%	-4,24%	-31,09%	-2,46%	-0,31%	0,43%	0,13%	0,63%	-0,99%	-0,54%	0,14%	-11,10%
1	-1	1	19,48%	-0,31%	-0,84%	1,03%	-3,11%	-1,19%	29,06%	-54,89%	68,68%	0,05%	-0,02%	-0,28%	0,50%	5,76%	4,39%	54,81%	33,22%
1	1	-1	15,88%	-0,92%	-0,47%	-1,58%	-3,31%	1,72%	24,70%	-26,62%	72,87%	-0,49%	-0,09%	0,12%	-0,40%	3,67%	7,64%	2,65%	24,08%
-1	-1	1	3,14%	-0,95%	0,35%	-0,30%	-2,78%	-3,39%	-3,17%	44,14%	4,22%	0,02%	0,26%	-0,16%	0,32%	-0,67%	-0,85%	19,22%	4,31%
-1	1	-1	-1,26%	-1,80%	0,70%	-3,10%	-3,06%	-0,59%	-10,72%	-7,53%	-4,32%	-0,52%	0,22%	0,24%	-0,59%	-2,33%	1,61%	-12,76%	-2,39%
1	-1	-1	18,19%	-2,85%	-2,15%	-1,76%	-5,98%	-4,57%	22,81%	-18,03%	58,29%	-0,16%	-0,26%	-0,18%	-0,71%	3,94%	7,20%	13,59%	51,25%
-1	-1	-1	6,99%	-1,58%	-2,05%	-2,40%	-3,17%	-2,31%	11,10%	-23,21%	25,13%	-0,22%	-0,31%	-0,05%	-0,90%	-0,77%	0,61%	18,10%	2,50%
CCD		MÁX.	19,48%	3,44%	2,92%	4,42%	8,08%	7,00%	29,06%	91,75%	72,87%	0,73%	0,47%	0,38%	1,51%	5,76%	7,64%	54,81%	51,25%
		MÉD.	1,24%	0,02%	0,03%	0,03%	0,18%	0,08%	1,73%	8,26%	8,27%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,12%	0,21%	2,47%	3,39%

Tabela A2

Erro das Funções nos DOE – BBD: N = 13																			
Pontos			A3ms	HIC	NAF	NSF	NBME	NBMF	NI	DCRS	VC	KJD L	KJD R	FUL L	FUL R	TI L	TI R	TAL L	TAL R
-1	-1	0	-9,77%	0,00%	0,64%	0,41%	0,34%	-1,35%	-11,07%	-8,24%	-16,90%	0,00%	0,04%	0,04%	-0,31%	0,06%	0,23%	-4,70%	-4,85%
-1	1	0	14,45%	-1,28%	-2,14%	2,22%	-5,06%	-0,47%	12,38%	-31,90%	28,44%	0,22%	-0,43%	-0,26%	-1,29%	0,78%	-0,84%	14,16%	10,83%
1	-1	0	-8,20%	1,07%	2,24%	-2,02%	5,39%	0,51%	-7,91%	37,33%	-11,69%	-0,22%	0,42%	0,26%	1,29%	-0,76%	0,83%	-16,03%	-6,90%
1	1	0	15,98%	0,00%	-0,58%	-0,40%	-0,32%	1,34%	16,51%	6,83%	46,65%	0,00%	-0,05%	-0,04%	0,31%	-0,06%	-0,23%	4,72%	5,55%
-1	0	-1	-1,13%	1,14%	0,73%	-0,22%	2,85%	4,62%	2,15%	-9,82%	-1,90%	-0,09%	0,17%	0,21%	1,38%	-0,39%	0,27%	-4,60%	-5,44%
-1	0	1	2,33%	0,13%	0,87%	-1,99%	1,29%	-2,11%	1,90%	73,60%	12,77%	-0,12%	0,21%	0,02%	0,19%	-0,44%	0,35%	-5,93%	0,90%
1	0	-1	-2,08%	-0,13%	-0,81%	2,22%	-0,91%	2,62%	-1,93%	-15,20%	-9,07%	0,12%	-0,22%	-0,02%	-0,19%	0,41%	-0,39%	7,45%	-0,81%
1	0	1	1,07%	-0,83%	-0,69%	0,20%	-3,40%	-3,70%	-1,71%	28,86%	1,80%	0,09%	-0,16%	-0,20%	-1,30%	0,42%	-0,24%	7,68%	4,77%
0	-1	-1	16,54%	-1,01%	-1,34%	-0,19%	-2,67%	-3,14%	15,40%	16,64%	51,91%	0,10%	-0,22%	-0,24%	-1,08%	0,33%	-0,52%	12,17%	13,43%
0	-1	1	13,10%	-0,12%	-1,43%	1,67%	-1,67%	3,72%	16,05%	-61,65%	36,24%	0,12%	-0,25%	-0,05%	0,12%	0,38%	-0,56%	30,08%	5,91%
0	1	-1	-15,08%	0,14%	1,40%	-1,82%	1,26%	-3,85%	-17,79%	41,36%	-50,79%	-0,12%	0,27%	0,05%	-0,12%	-0,35%	0,64%	-12,17%	-7,07%
0	1	1	-17,36%	0,92%	1,31%	0,18%	3,65%	2,70%	-12,82%	-34,83%	-52,03%	-0,10%	0,21%	0,24%	1,09%	-0,35%	0,47%	-8,06%	-11,89%
0	0	0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BBD		MÁX.	16,54%	1,14%	2,24%	2,22%	5,39%	4,62%	16,51%	73,60%	51,91%	0,22%	0,42%	0,26%	1,38%	0,78%	0,83%	30,08%	13,43%
		MÉD.	0,76%	0,00%	0,02%	0,02%	0,06%	0,07%	0,86%	3,31%	2,73%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,00%	1,90%	0,34%

Tabela A3

[illegible]

Tabela B1

Erro das Funções nos DOE – CCD: N = 9																		
Pontos		A3ms	HIC	NAF	NSF	NBME	NBMF	NI	DCRS	VC	KJD L	KJD R	FUL L	FUL R	TI L	TI R	TAL L	TAL R
-1	1	0,32%	-0,85%	2,82%	-0,75%	-3,45%	-0,12%	-2,77%	-0,39%	-1,84%	-0,36%	0,03%	0,10%	-0,86%	-0,35%	2,10%	1,30%	2,86%
1	1	-0,65%	0,43%	-1,81%	-0,28%	-0,93%	-2,44%	-1,07%	2,24%	-2,83%	0,05%	0,41%	0,04%	1,06%	0,24%	1,34%	-14,24%	-2,35%
-1	-1	0,04%	-2,95%	1,54%	-0,53%	1,86%	-1,70%	3,51%	0,20%	-1,83%	-0,43%	0,07%	0,22%	-0,81%	-0,25%	2,11%	-3,02%	-7,43%
1	-1	-0,92%	-2,17%	-2,67%	-0,09%	4,21%	-3,77%	4,24%	2,72%	-2,68%	-0,02%	0,45%	0,16%	1,12%	0,35%	1,34%	-15,03%	-7,79%
0	1,414	0,11%	-1,44%	-0,60%	0,57%	3,14%	1,09%	2,83%	-0,89%	2,62%	0,14%	-0,22%	-0,05%	-0,09%	0,09%	-1,66%	8,96%	-1,51%
-1,414	0	-0,38%	2,59%	-2,99%	0,74%	2,56%	0,42%	1,22%	0,85%	1,63%	0,47%	0,03%	-0,17%	1,24%	0,41%	-2,16%	-3,49%	1,03%
1,414	0	1,00%	1,21%	3,50%	0,09%	-1,75%	3,64%	-1,49%	-2,68%	3,00%	-0,10%	-0,49%	-0,09%	-1,42%	-0,42%	-1,17%	22,69%	6,14%
0	-1,414	0,51%	2,94%	0,66%	0,26%	-5,02%	3,39%	-5,62%	-1,83%	2,44%	0,24%	-0,28%	-0,21%	-0,16%	-0,06%	-1,66%	15,52%	11,61%
0	0	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CCD	MÁX.	1,00%	2,94%	3,50%	0,74%	4,21%	3,64%	4,24%	2,72%	3,00%	0,47%	0,45%	0,22%	1,24%	0,41%	2,11%	22,69%	11,61%
	MÉD.	0,00%	-0,03%	0,05%	0,00%	0,07%	0,06%	0,09%	0,02%	0,06%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,03%	1,41%	0,28%

Tabela B2

Erro das Funções nos DOE – TPLHD: N = 9																		
Pontos		A3ms	HIC	NAF	NSF	NBME	NBMF	NI	DCRS	VC	KJD L	KJD R	FUL L	FUL R	TI L	TI R	TAL L	TAL R
-1,414	-1,414	-15,12%	0,48%	7,30%	-0,80%	5,72%	-2,60%	-4,14%	-0,64%	-16,76%	0,31%	0,21%	0,19%	0,40%	0,62%	-0,43%	-7,68%	12,93%
-0,3535	-1,0605	77,97%	-3,72%	-5,60%	0,42%	-4,25%	5,99%	4,41%	-2,14%	143,36%	-0,56%	-0,44%	-0,42%	-0,38%	-1,31%	1,16%	11,75%	-8,68%
0,707	-0,707	-9,64%	3,45%	-1,52%	0,36%	0,68%	-2,77%	-0,19%	2,54%	-16,40%	0,25%	0,23%	0,23%	-0,02%	0,69%	-0,72%	-1,15%	0,75%
-1,0605	-0,3535	77,59%	0,16%	-9,22%	1,29%	-0,01%	-0,55%	6,92%	2,43%	149,94%	-0,14%	0,12%	0,05%	-0,63%	0,21%	-0,04%	4,56%	-9,05%
0	0	-38,99%	7,75%	1,32%	-0,13%	-3,70%	-0,12%	-5,58%	1,80%	-79,81%	0,16%	-0,15%	0,00%	0,42%	-0,41%	-0,54%	5,50%	1,80%
1,0605	0,3535	-39,50%	-6,87%	9,84%	-1,06%	3,50%	0,61%	-0,14%	-3,49%	-81,31%	-0,01%	0,03%	-0,05%	0,21%	0,19%	0,56%	-6,52%	5,01%
-0,707	0,707	-9,73%	-1,32%	2,42%	-0,45%	-2,28%	3,07%	-2,42%	-1,50%	-22,47%	-0,17%	-0,32%	-0,24%	0,23%	-0,85%	0,49%	4,95%	0,01%
0,3535	1,0605	-39,93%	-3,55%	5,36%	-0,29%	6,42%	-5,00%	2,10%	0,21%	-94,99%	0,42%	0,58%	0,42%	-0,03%	1,80%	-0,58%	-15,87%	7,05%
1,414	1,414	49,79%	5,63%	-6,34%	0,71%	-3,56%	2,25%	0,25%	1,16%	123,15%	-0,23%	-0,25%	-0,18%	-0,18%	-0,86%	0,13%	10,15%	-5,07%
TPLHD	MÁX.	77,97%	7,75%	9,84%	1,29%	6,42%	5,99%	6,92%	2,54%	149,94%	0,42%	0,58%	0,42%	0,42%	1,80%	1,16%	11,75%	12,93%
	MÉD.	5,83%	0,22%	0,40%	0,00%	0,28%	0,10%	0,13%	0,04%	11,63%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,01%	0,00%	0,63%	0,53%